



UNIVERSITÉ DE GENÈVE

**SONOLUMINESCENCE**  
**À**  
**BULLE UNIQUE**

François Coppex

Département de Physique Théorique

Université de Genève

CH-1211 Genève 4, Suisse

v1.01 – Avril 2005



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Qu'est-ce la sonoluminescence? . . . . .	1
1.2	Qu'est-ce la sonoluminescence à bulle unique? . . . . .	2
1.3	Dispositif expérimental . . . . .	3
1.4	Plan de l'exposé . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Dynamique du rayon de la bulle</b>	<b>5</b>
2.1	L'équation de Rayleigh-Plesset et ses extensions . . . . .	5
2.1.1	Equation de Rayleigh-Plesset . . . . .	6
2.1.2	Equation de Keller . . . . .	10
2.1.3	Equation de Rayleigh-Plesset modifiée . . . . .	11
2.2	Dynamique de la bulle sous contrainte externe . . . . .	12
2.3	Ondes de pression . . . . .	14
<b>3</b>	<b>Dynamique du gaz dans la bulle</b>	<b>15</b>
3.1	Motivation . . . . .	15
3.2	Modélisation de base . . . . .	15
3.2.1	Modèles non miscibles : paroi imperméable . . . . .	16
3.2.2	Modèles dissipatifs : flux de chaleur . . . . .	17
3.2.3	Modèles dissipatifs avec vapeur d'eau : flux de matière . . . . .	18
3.2.4	La température du gaz . . . . .	20
<b>4</b>	<b>Conditions cadre et stabilité</b>	<b>23</b>
4.1	Forces de Bjerknes . . . . .	23
4.2	La condition de Blake . . . . .	25
4.3	Stabilité cyclique . . . . .	25
4.4	L'équilibre diffusif des gaz rares . . . . .	28
4.5	Stabilité géométrique . . . . .	28
4.5.1	Instabilité paramétrique . . . . .	29
4.5.2	Instabilité de Rayleigh-Taylor . . . . .	30
<b>5</b>	<b>Sonoluminescence</b>	<b>31</b>
5.1	Le modèle du corps noir et ses limitations . . . . .	32
5.2	Opacité et transparence de la bulle . . . . .	34
5.2.1	Modification du modèle du corps noir . . . . .	34
5.2.2	Un modèle pour l'opacité . . . . .	35
5.3	Autres effets . . . . .	38
<b>6</b>	<b>Conclusions</b>	<b>41</b>
6.1	Cycle d'oscillation . . . . .	41
6.2	Applications . . . . .	43

6.2.1	La shrimpoluminescence . . . . .	43
6.2.2	Le débat de la fusion nucléaire par cavitation acoustique . . . . .	44
6.3	Questions ouvertes . . . . .	45
	<b>Références</b>	<b>47</b>

# Résumé

La sonoluminescence à bulle unique se produit lorsqu'une bulle de gaz piégée soumise à une excitation acoustique s'effondre périodiquement sur elle-même de façon à ce que le gaz soit chauffé adiabatiquement à des valeurs telles qu'il y a ionisation partielle du gaz et émission thermique de lumière.

Contrairement à la sonoluminescence à plusieurs bulles dont l'observation remonte à 1934, la sonoluminescence à bulle unique, découverte en 1989, est un phénomène qui ne se produit que dans une plage de paramètres physiques beaucoup plus restreinte. L'intensité lumineuse émise dépend fortement de la composition du liquide, sa température, l'amplitude et la fréquence de l'excitation acoustique. Les conditions physiques (pression, densité, et température) lors de l'effondrement de la bulle sont "extrêmes", et une multitude de phénomènes physiques prennent place (transfert de masse et de chaleur entre la bulle et le liquide, dissociation des éléments et réactions chimiques, ionisation des atomes et rayonnement de freinage). D'autre part, pour assurer la stabilité de la bulle et le caractère périodique du phénomène, il est nécessaire d'avoir un équilibre très fin entre plusieurs processus (forces de viscosité et tension de surface suffisamment fortes pour que la bulle ne se scinde pas, équilibre des flux d'eau et de vapeur d'eau entre la bulle et le liquide environnant, position stable du centre de gravité de la bulle).

Le présent document présente d'abord la théorie dite classique (c'est-à-dire basée sur l'équation de Rayleigh-Plesset) de la dynamique du rayon la bulle à symétrie sphérique. Dans un second temps, la dynamique interne du gaz est étudiée, permettant de prédire la température du gaz. Les questions de stabilité et d'existence de la sonoluminescence à bulle unique sont ensuite exposées, mettant en évidence la plage restreinte des paramètres physiques pour laquelle l'émission lumineuse et sa périodicité peuvent avoir lieu. Enfin, nous abordons le processus d'émission de lumière lui-même, dont la modélisation nécessite la connaissance de la température du gaz. Soulignons dès à présent que la faible précision des mesures expérimentales ne permet pas de valider entièrement les modèles présentés. Finalement, nous concluons par une récapitulation des notions présentées.



# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Qu'est-ce la sonoluminescence ?

Le phénomène de sonoluminescence est intimement lié à celui de la cavitation, que nous abordons donc dans un premier temps.

Les principes de la cavitation ont déjà été établis en 1917 par Lord Rayleigh alors qu'il étudiait les dommages causés aux hélices par leur rotation rapide dans le contexte de la propulsion navale. L'eau contient de très petites bulles (microbulles) de gaz accrochées aux aspérités de particules (impuretés) en suspension [1]. Par effet Bernoulli, si la vitesse de l'écoulement en un point augmente, alors la pression locale diminuera. Ainsi pour un écoulement suffisamment rapide, par exemple l'écoulement autour d'une hélice en rotation, la pression peut descendre en dessous de la pression de vapeur de l'eau (ou d'un autre fluide en général). Par conséquent, la taille des microbulles de gaz se trouvant dans cette région va augmenter. Lorsqu'elles sont entraînées dans une région de pression supérieure à la pression de vapeur, elles s'effondrent brutalement (en un temps de l'ordre de la milliseconde), restituant leur énergie sous forme d'onde de pression dans le fluide environnant. Il s'agit donc du phénomène de cavitation. Ces ondes de pression sont responsables de phénomènes d'érosion et de vieillissement des hélices en propulsion navale. En général, la forme des bulles est instable et par conséquent non sphérique. Lors de l'effondrement se produit alors un microjet de fluide, c'est-à-dire une onde de pression plus forte, dans une direction donnée. Ce «jet» a une vitesse de l'ordre de 100 m/s, et au voisinage d'une paroi il est souvent dirigé vers celle-ci. Lors de l'impact se forme un petit cratère, et si ces collisions sont répétées l'objet (par exemple l'hélice) peut subir de sérieux dommages macroscopiques. Notons encore que ce type de cavitation à plusieurs bulles est caractérisé par un ensemble de bulles dont la forme et la position sont instables, donc incontrôlées, et qui interagissent entre elles.

L'effondrement de la bulle produit des surpressions dans la bulle qui sont de l'ordre de  $10^3$  atm, et des températures maximales de l'ordre de  $5 \times 10^3$  K. Dans ces conditions extrêmes il n'est a priori pas surprenant que des phénomènes physiques plus complexes aient lieu, dont une des conséquences est par exemple l'émission de photons. La détection de photons associée au phénomène de cavitation a en effet été réalisée et rapportée pour la première fois en 1934 [2]. Néanmoins, l'origine physique de cette lumière – qui peut être vue à l'oeil nu comme un nuage diffus faiblement lumineux – n'est toujours pas bien comprise. La présence de lignes dans le spectre de lumière émise – lignes qui dépendent de la composition du liquide – indique la présence de transitions atomiques.

## 1.2 Qu'est-ce la sonoluminescence à bulle unique ?

Bien que le principe de base soit le même, la sonoluminescence à bulle unique (SBSL) requiert des conditions cadre (pression, dégazage du liquide, etc.) très précises pour apparaître. De plus, la SBSL est un processus contrôlé dont l'implosion ne détruit pas la bulle, mais qui au contraire peut être répété à une fréquence d'environ 20'000 fois par seconde. La découverte du phénomène par Felipe Gaitan remonte à 1987 [3, 4]. L'idée de l'expérience est la suivante. On dispose d'un bocal rempli d'eau, préalablement dégazée<sup>1</sup> jusque à une certaine teneur en gaz, typiquement de l'ordre de 20% de la concentration de saturation en air. Soit la pression ambiante du gaz, fixée à  $P_0 = 1$  bar. On impose alors sur le liquide une pression oscillante dont l'amplitude  $P_a$  est légèrement supérieure à  $P_0$ , typiquement  $P_a = 1.2$  à  $1.4$  bar. Ces conditions sont telles qu'il peut y avoir formation d'une bulle unique, au centre du bocal, dont la localisation et la géométrie restent stable. La bulle va alors réaliser des cycles d'oscillation de son rayon, exactement un par période de l'onde de pression externe. Lorsque la pression de forçage devient négative, la bulle entre dans sa phase d'expansion et son rayon maximal peut être de l'ordre de  $50\mu\text{m}$ . Dès que la pression de forçage devient positive, la bulle subit un très bref effondrement et son rayon peut être diminué d'un facteur 100, effondrement accompagné d'une émission de lumière qui peut être vue à l'oeil nu. Le temps d'émission du flash lumineux est de l'ordre d'une dizaine de picosecondes<sup>2</sup>. Contrairement à la cavitation à plusieurs bulles il n'y a pas destruction de la bulle après implosion. Il s'agit donc d'un processus contrôlé ne faisant intervenir qu'une seule bulle dont la géométrie est stable (sphérique), et pouvant être répété un grand nombre de fois. Ce caractère reproductible et contrôlé a suscité beaucoup d'intérêt dans l'espoir d'une meilleure compréhension des phénomènes physiques complexes prenant place lors de l'effondrement, ainsi qu'en vue de potentielles applications [5, 6].

Contrairement à la sonoluminescence à plusieurs bulles où le spectre lumineux émis est formé de pics discrets dépendant du liquide environnant, la SBSL se différencie par un spectre continu. Ceci est une caractéristique d'un gaz ionisé, donc d'une température sensiblement supérieure (de l'ordre de 10'000 K) au cas multi-bulles. Il existe plusieurs théories de l'émission lumineuse. L'hypothèse la plus plausible est celle de l'émission d'origine thermique [5, 7, 54]. Par compression adiabatique, le gaz est partiellement ionisé (plasma). Des photons sont alors émis par rayonnement de freinage («Bremsstrahlung») ou par recombinaison radiative. Nous reviendrons sur cet aspect dans le chapitre 5.

Une autre observation est que la SBSL n'est stable que si le liquide contient un gaz rare. Durant la phase de croissance de la bulle, la faible tension superficielle permet la diffusion de vapeur d'eau vers l'extérieur. Lors de l'effondrement, la température du gaz est telle que les molécules d'azote et d'oxygène sont dissociées en radicaux OH et H. Les réactions chimiques entre vapeur d'eau et atomes d'oxygène et d'hydrogène engendrent les produits de réaction NO, NH, HNO<sub>3</sub>, et NH<sub>3</sub>. Tous ces produits (excepté NO) sont très solubles dans l'eau, et donc sont éjectés hors de la bulle. La bulle ne contient donc plus que des gaz rares (à 99%), l'argon en l'occurrence, qui sont très peu réactifs et donc ne réagissent pas avec l'eau environnante. L'argon est contenu dans l'air à raison de 1%. Il se forme donc un équilibre diffusif d'argon entre la bulle et le liquide environnant (qui contient une certaine quantité d'air dissous) pour assurer la périodicité du phénomène de sonoluminescence. Ainsi, la bulle de SBSL est essentiellement composée d'argon, prérequis

<sup>1</sup>Le dégazage est le procédé consistant à diminuer la teneur d'un liquide en gaz, c'est-à-dire en micro-bulles d'air qui sont par exemple accrochées aux impuretés en suspension dans le liquide. En soumettant le gaz à une pression oscillante, durant la phase de sous-pression les bulles vont grossir jusqu'au moment où elles remontent à la surface.

<sup>2</sup>La fréquence de l'impulsion est telle qu'il y a fixation rétinienne permettant d'observer une faible lueur.



inexistant pour le cas à plusieurs bulles. Nous reviendrons plus en détail sur ce mécanisme dans le chapitre 3.

Nous constatons donc que l'existence de la SBSL est liée à des conditions cadres très spécifiques, contrairement à la sonoluminescence à plusieurs bulles qui elle est assez générique.

### 1.3 Dispositif expérimental

Nous présentons de façon succincte un dispositif expérimental de SBSL, tel que celui utilisé par Felipe Gaitan lors de la découverte de l'effet. Le but n'est pas d'exposer les détails techniques [9, 10], mais plutôt d'offrir un bref schéma conceptuel destiné au théoricien.

Le liquide permettant d'obtenir la SBSL est de l'eau distillée (environ 100 ml), dans une bocal sphérique avec une ouverture en son sommet (cf. Fig. 1.1).

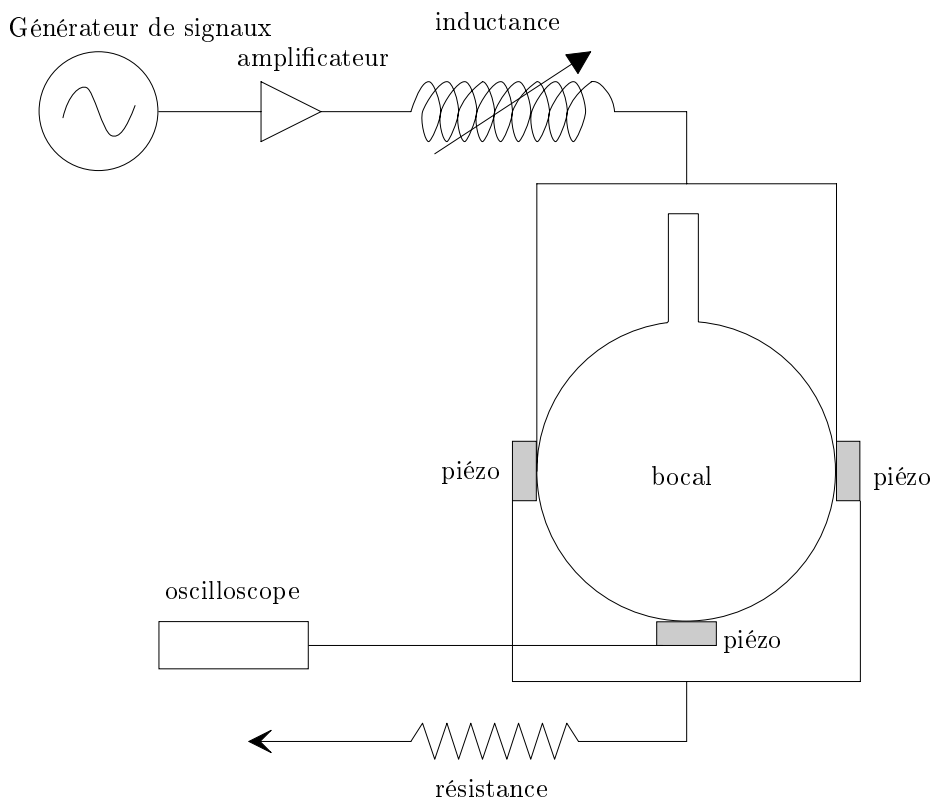


FIG. 1.1 – Dispositif expérimental de SBSL. «piézo» signifie qu'il s'agit d'un transducteur piézoélectrique.

L'onde de pression périodique imposée est transmise par deux transducteurs piézoélectriques collés sur les bords du bocal, qui font partie d'un circuit RCL (les piézoélectriques jouent le rôle de capacité) permettant de générer le signal désiré (un dispositif plus élaboré consisterait en un générateur d'ondes acoustiques entourant le bocal de façon continue). Un troisième transducteur piézoélectrique est placé au-dessous du bocal, et sert à mesurer l'amplitude du champ de pression  $P(t)$  dans le bocal.

En ajustant les différents paramètres du dispositif il est possible d'atteindre le régime où la SBSL apparaît [9, 10].

## 1.4 Plan de l'exposé

La sonoluminescence à bulle unique étant un sujet interdisciplinaire complexe qui n'a pas encore reçu de description théorique quantitative qui soit entièrement validée, cet exposé contient inévitablement une partie descriptive non négligeable. La complexité du sujet implique le recours fréquent à des simulations numériques pour résoudre les différents modèles. La présentation détaillée de ces modèles est donc au-delà du but de ce document, dans lequel on se restreint souvent uniquement à la discussion des résultats.

Le chapitre 2 aborde la description quantitative de la dynamique du rayon de la bulle. Il est possible d'établir une équation gouvernant cette dynamique, dite équation de Rayleigh-Plesset. Cette description n'est bien évidemment pas en mesure de prédire à elle-même le mécanisme d'émission de photons. Avant d'aborder la discussion de la sonoluminescence même, il est nécessaire de comprendre les phénomènes physiques qui ont lieu à l'intérieur de la bulle durant les différentes phases d'oscillation de celle-ci. Cette présentation sera faite de façon qualitative dans le chapitre 3. Les conditions cadre dans lesquelles il peut y avoir SBSL, ainsi que les instabilités géométriques de la bulle, sont abordées dans le chapitre 4. Le chapitre 5 est dévolu à l'exposé du mécanisme même d'émission de photons ainsi qu'à sa modélisation. Finalement, le chapitre 6 résume en plus de détail les étapes du cycle d'oscillation de la bulle et propose une discussion des questions ouvertes et applications.

La structure du présent exposé est inspirée de l'article de revue de M.P. Brenner, S. Hilgenfeldt, et D. Lohse [5].

## Chapitre 2

# Dynamique du rayon de la bulle

La dynamique de la bulle est en première approximation la conséquence de la compétition des forces inertielles (c'est-à-dire issues de la différence de densité du gaz et du liquide), de cohésion issues de la tension superficielle, et de la pression oscillante imposée. Il est donc a priori possible de décrire cette dynamique à l'aide de considérations relativement élémentaires, ce qui est l'objectif de ce chapitre. Néanmoins, il faut garder à l'esprit qu'une telle approche est nécessairement limitée dans sa précision descriptive. En effet, lors de la phase d'expansion de la bulle la pression devient si faible que l'interface liquide-air se vaporise. Inversement, lors de l'effondrement de la bulle la température du gaz devient telle que de nouveaux processus physiques ne peuvent plus être négligés, comme la dissociation des molécules du gaz et l'émission de lumière. De nouveaux phénomènes physiques extrêmes ont lieu durant de très courts instants. Une description précise du phénomène de la sonoluminescence devra donc forcément incorporer une modélisation de ces effets. Néanmoins, la complexité et la nature singulière de ces processus est telle qu'il n'existe actuellement pas de description quantitative de la sonoluminescence à bulle unique qui soit entièrement validée expérimentalement. Ce chapitre est donc dévolu à une discussion quantitative des aspects les plus élémentaires de la dynamique de la bulle dans les conditions de SBSL.

### 2.1 L'équation de Rayleigh-Plesset et ses extensions

Les principes gouvernant la dynamique classique de la bulle sous condition de sonoluminescence à bulle unique ont déjà été établis en 1917 par Lord Rayleigh alors qu'il avait été mandaté par la Royal Navy un an auparavant pour étudier le problème des dommages observés sur les hélices de sous-marins rapides. C'est ainsi qu'il pu attribuer ces dommages à l'implosion de bulles d'air à la surface des hélices : ces dernières tournent si vite que la pression à leur surface descend en dessous de la pression de vapeur de l'eau (effet Bernoulli). Des bulles d'air se forment donc, qui une fois dans une zone de pression moindre se font écraser par la pression ambiante et implosent (effondrement inertiel et émission d'une onde de pression). Il s'agit du phénomène de cavitation [11]. Cette section est consacrée à l'établissement de l'équation décrivant la dynamique de la taille de la bulle en présence d'une pression oscillante, ainsi que certaines de ses variantes. Nous verrons que l'essentiel de la physique est capturé par le modèle le plus simple aboutissant à l'équation de Rayleigh-Plesset.

### 2.1.1 Equation de Rayleigh-Plesset

Nous désirons décrire la dynamique de la surface de la bulle. Pour ceci, considérons la propagation d'ondes sonores dans le liquide supposé à température constante. L'équation de Navier-Stokes s'écrit alors

$$\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\eta}{\rho} \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{\rho} \left( \xi + \frac{\eta}{3} \right) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) \quad (2.1)$$

et l'équation de continuité

$$\partial_t \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \quad (2.2)$$

où  $\mathbf{u}$  est la vitesse du fluide,  $\rho$  sa densité,  $p$  la pression,  $\eta$  le coefficient de viscosité cinématique,  $\xi$  le coefficient de viscosité volumique. La bulle étant soumise à une pression oscillante isotrope on peut passer en coordonnées sphériques où  $\mathbf{u} = (u_r, u_\theta, u_\varphi)$ . L'équation de Navier-Stokes (2.1) prend la forme

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{u_\varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} - \frac{u_\varphi^2 + u_\theta^2}{r} \\ &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r u_r) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \varphi^2} + \frac{\text{ctg } \theta}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} \right. \\ & \quad \left. - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} - \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} - \frac{2u_r}{r^2} - \frac{2 \text{ctg } \theta}{r^2} u_\theta \right] \\ &+ \left( \xi + \frac{\eta}{3} \right) \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 u_r) \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (u_\theta \sin \theta) \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} \right) \right], \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_\varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial u_\theta}{\partial \varphi} + \frac{u_r u_\theta}{r} - \frac{u_\varphi^2 \text{ctg } \theta}{r} \\ &= -\frac{1}{r \rho} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \nu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r u_\theta) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \varphi^2} + \frac{\text{ctg } \theta}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right. \\ & \quad \left. + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} - \frac{u_\varphi}{r^2 \sin^2 \theta} \right] \\ &+ \left( \xi + \frac{\eta}{3} \right) \left[ \frac{1}{r^3} \frac{\partial^2}{\partial \theta \partial r} (r^2 u_r) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (u_\theta \sin \theta) \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} \right) \right], \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u_\varphi}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \theta} + \frac{u_\varphi}{r \sin \theta} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{u_r u_\varphi}{r} + \frac{u_\theta u_\varphi \text{ctg } \theta}{r} \\ &= -\frac{1}{r \rho \sin \theta} \frac{\partial p}{\partial \varphi} + \nu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r u_\varphi) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial \varphi^2} + \frac{\text{ctg } \theta}{r^2} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \theta} \right. \\ & \quad \left. + \frac{2}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} + \frac{2 \cos \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial u_\theta}{\partial \varphi} - \frac{u_\varphi}{r^2 \sin^2 \theta} \right] \\ &+ \left( \xi + \frac{\eta}{3} \right) \left[ \frac{1}{r^3 \sin \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi \partial r} (r^2 u_r) + \frac{1}{(r \sin \theta)^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi \partial \theta} (u_\theta \sin \theta) \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{(r \sin \theta)^2} \frac{\partial^2 u_\varphi}{\partial \varphi^2} \right], \end{aligned} \quad (2.5)$$

et l'équation de continuité (2.2)

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{2u_r}{r} + \frac{u_\theta \operatorname{ctg} \theta}{r} = 0. \quad (2.6)$$

Les oscillations volumétriques autour de la bulle sont engendrées par des ondes de pression purement radiales (donc absence de vortex) ce qui permet de supposer l'écoulement irrotationnel de sorte qu'il existe un potentiel scalaire  $\Phi(\mathbf{x}, t)$  tel que  $\mathbf{u} = \nabla \Phi$ . De plus, la symétrie étant sphérique<sup>1</sup>, nous supposons  $\Phi(\mathbf{x}, t) = \Phi(r, t)$ ,  $p(\mathbf{x}, t) = p(r, t)$ ,  $\rho(\mathbf{x}, t) = \rho(r, t)$ . Nous supposons de plus que l'écoulement est purement radial, c'est-à-dire en coordonnées sphériques  $\mathbf{u} = (u, 0, 0)$ . Il est d'usage à ce stade de négliger les contraintes visqueuses (qui ne sont pas totalement absentes du problème car elles seront prises en compte dans la description de la tension superficielle). Par intégration sur la variable radiale  $r$  les Eqs. (2.3) à (2.6) donnent respectivement

$$\partial_t \Phi + \frac{1}{2} (\partial_r \Phi)^2 = -\frac{p}{\rho}, \quad (2.7)$$

$$\partial_t \rho + \partial_r \Phi \partial_r \rho + \rho \nabla^2 \Phi = 0, \quad (2.8)$$

où seule l'équation de Navier-Stokes radiale (2.3) est non triviale. Nous allons combiner les Eqs. (2.7) et (2.8) en une seule équation pour  $\Phi$ . Notons à présent  $u = \partial_r \Phi$  le champ de vitesse radial, alors l'Eq. (2.7) s'écrit aussi

$$-\frac{1}{\rho} p = \frac{1}{2} u^2 + \partial_t \Phi. \quad (2.9)$$

Utilisant  $dp = (\partial p / \partial \rho) d\rho = c^2 d\rho$ , où  $c$  est la vitesse du son dans le liquide, l'Eq. (2.9) devient

$$-\frac{1}{\rho} \frac{1}{c^2} \partial_t p = \frac{1}{c^2} \partial_t \left( \frac{1}{2} u^2 + \partial_t \Phi \right), \quad (2.10)$$

d'où

$$-\partial_t \rho = \rho \frac{1}{c^2} (u \partial_t u + \partial_t^2 \Phi). \quad (2.11)$$

Insérant l'Eq. (2.11) dans (2.8) on obtient

$$\rho \nabla^2 \Phi + \partial_r \Phi \partial_r \rho = \rho \frac{1}{c^2} (u \partial_t u + \partial_t^2 \Phi), \quad (2.12)$$

donc

$$\nabla^2 \Phi = \frac{u}{c^2} \partial_t u - \frac{u}{c^2} \frac{1}{\rho} c^2 \partial_r \rho + \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \Phi. \quad (2.13)$$

Utilisant à nouveau  $dp = c^2 d\rho$ , il résulte

$$\nabla^2 \Phi = \frac{u}{c^2} \partial_t u - \frac{u}{c^2} \frac{1}{\rho} \partial_r p + \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \Phi. \quad (2.14)$$

Définissons à présent l'enthalpie  $H$  par sa relation thermodynamique  $dH = dp/\rho$ , d'où

$$\nabla^2 \Phi = \frac{u}{c^2} \partial_t u - \frac{u}{c^2} \partial_r H + \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \Phi, \quad (2.15)$$

c'est-à-dire

$$\nabla^2 \Phi = \left[ \frac{u}{c^2} (\partial_t u - \partial_r H) \right] + \frac{1}{c^2} \partial_t^2 \Phi. \quad (2.16)$$

---

<sup>1</sup>Notons qu'il peut exister sous certaines conditions des oscillations de sonoluminescence à une bulle à symétrie non sphérique [12].

Nous constatons qu'aussi longtemps que l'écoulement reste fortement subsonique,  $u/c^2$  sera petit et le terme entre parenthèses carrées sera négligeable. De même, le terme  $\partial_t^2 \Phi/c^2$  sera petit proche de la surface de la sphère. Ceci ne sera plus le cas si on se place à environ une longueur d'onde de la surface, où il peut y avoir des fluctuations de pression non négligeables. Comme nous désirons décrire la dynamique de l'onde de pression définissant l'interface, nous nous plaçons proche de la surface où l'Eq. (2.16) se réduit à une équation de Laplace

$$\nabla^2 \Phi = 0. \quad (2.17)$$

Soulignons que la réduction à une équation de Laplace est une hypothèse forte qui est violée durant de très courts instants lors de l'effondrement de la bulle où des vitesses supersoniques peuvent être atteintes. Une modélisation plus fine peut alors être nécessaire, même si le temps durant lequel cette hypothèse est violée est suffisamment petit pour que les solutions du modèle ne diffèrent pas drastiquement des observations. Notons  $R$  le rayon de la bulle, alors la condition initiale est  $\partial_r \Phi(r = R) = u(r = R) = \dot{R}$ , ce qui donne

$$\Phi = -\frac{R^2 \dot{R}}{r} + C(t), \quad (2.18)$$

où  $C(t)$  est une constante dépendant du temps. Le champ de vitesse du fluide est alors donné par

$$u = \partial_r \Phi = \frac{R^2 \dot{R}}{r^2}, \quad (2.19)$$

et l'Eq. (2.7) avec les Eqs. (2.18) et (2.19) donne

$$\begin{aligned} -\frac{p}{\rho} &= \partial_t \Phi + \frac{1}{2} u^2 \\ &= \partial_t \left[ -\frac{R^2 \dot{R}}{r} + C(t) \right] + \frac{1}{2} \left( \frac{R^2 \dot{R}}{r^2} \right)^2 \\ &= \dot{C}(t) - \frac{2R\dot{R}^2}{r} - \frac{R^2 \ddot{R}}{r} + \frac{1}{2} \frac{R^4 \dot{R}^2}{r^4}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Notons qu'il s'agit de la pression environnante, c'est-à-dire la pression du fluide. Sur le bord extérieur de la bulle, en  $r = R$ , l'Eq. (2.20) devient

$$-\frac{p(R)}{\rho} = -R\ddot{R} - \frac{3}{2}\dot{R}^2 + \dot{C}, \quad (2.21)$$

d'où

$$p(R) = \rho \left( R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 - \dot{C} \right). \quad (2.22)$$

Nous désirons décrire la dynamique de la paroi de la bulle, par conséquent nous écrivons le bilan des forces sur la surface. Soit  $\sigma$  la tension de surface de l'interface gaz-liquide,  $p_g$  la pression dans le gaz,  $\tau_{rr}$  la composante radiale du tenseur des contraintes, alors en utilisant la formule de Laplace il vient :

$$p_g(t) + \tau_{rr} = 2\frac{\sigma}{R}. \quad (2.23)$$

Le tenseur des contraintes est

$$\tau_{ij} = -p(R)\delta_{ij} + 2\eta\dot{\epsilon}_{ij} + \left( \xi - \frac{2}{3}\eta \right) \delta_{ij} \nabla \cdot \mathbf{u}, \quad (2.24)$$

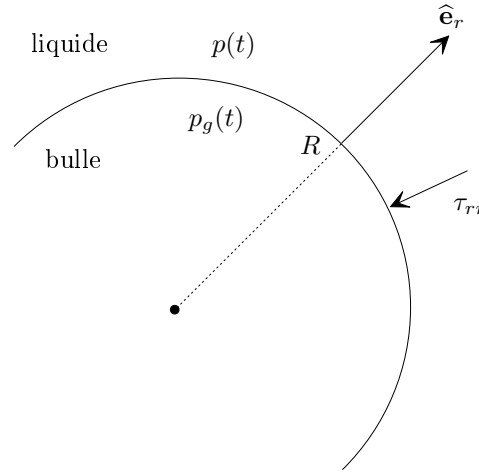


FIG. 2.1 – Equilibre des pressions à l'interface gaz-liquide.

où  $\dot{\varepsilon}_{ij}$  est le tenseur des vitesses de déformation. L'écoulement considéré étant supposé potentiel on a  $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ . Ainsi la composante radiale est

$$\tau_{rr} = -p(R) + 2\eta\partial_r u(r = R). \quad (2.25)$$

En utilisant l'Eq. (2.19) on a

$$\partial_r u(r = R) = -2\frac{\dot{R}}{R}, \quad (2.26)$$

que l'on insère dans l'Eq. (2.25) pour obtenir

$$\tau_{rr} = -p(R) - 4\eta\frac{\dot{R}}{R}. \quad (2.27)$$

Utilisant les Eqs. (2.22) et (2.27) dans (2.23) il résulte

$$p_g(t) - \rho \left( R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 - \dot{C} \right) - 4\eta\frac{\dot{R}}{R} - 2\frac{\sigma}{R} = 0, \quad (2.28)$$

d'où

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho} \left[ p_g(t) + \rho\dot{C} - 4\eta\frac{\dot{R}}{R} - 2\frac{\sigma}{R} \right]. \quad (2.29)$$

La constante  $C(t)$  est déterminée en égalant la pression issue de l'Eq. (2.18) avec la pression  $p_\infty$  dans le volume fluide loin de la bulle. Dans la détermination de  $p_\infty$ , on *négligera les effets de l'onde de pression issue de la bulle elle-même*. Ainsi la pression loin de la bulle est égale à la somme d'une pression statique  $P_0 = 1$  bar et de la pression sinusoïdale  $P(t) = -P_a \sin \omega t$  imposée. De plus, on néglige la dépendance spatiale de  $p_\infty$  car les dimensions de la bulle sont beaucoup plus petites que la longueur d'onde de la pression imposée. Ainsi

$$p_\infty(t) = P_0 + P(t), \quad P(t) = -P_a \sin \omega t. \quad (2.30)$$

Pour  $r$  grand, l'Eq. (2.18) donne

$$\Phi_\infty(t) = C(t). \quad (2.31)$$

Utilisant l'équation de Navier-Stokes (2.7) pour  $\Phi_\infty(t)$  on obtient

$$p_\infty(t) = -\rho\partial_t\Phi_\infty(t) \stackrel{(2.31)}{=} -\rho\partial_t\dot{C}(t), \quad (2.32)$$

d'où, avec l'Eq. (2.30)

$$\rho\dot{C}(t) = -P_0 - P(t), \quad (2.33)$$

que l'on insère dans l'Eq. (2.29) pour finalement obtenir l'équation de Rayleigh-Plesset

$$\boxed{R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho} \left[ p_g(t) - P_0 - P(t) - 4\eta\frac{\dot{R}}{R} - \frac{2\sigma}{R} \right]}. \quad (2.34)$$

Pour avoir une forme close, il est encore nécessaire de connaître la pression dans le gaz  $p_g(t)$ . On peut supposer que si la vitesse de la paroi de la bulle est faible devant la vitesse du son dans le gaz, alors la pression  $p_g$  sera homogène. Dans ce cas on peut établir l'équation d'état [13]

$$p_g(t) = \left( P_0 + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left[ \frac{R_0^3 - h^3}{R[t]^3 - h^3} \right]^\gamma, \quad (2.35)$$

où  $R_0$  est le rayon de la bulle à l'équilibre (i.e., le rayon de la bulle s'il n'y a pas de pression imposée  $p_a = 0$ ),  $h$  est le rayon de coeur dur de van der Waals (i.e.,  $h^3$  est le volume exclu total des molécules et par exemple pour de l'air [14]  $h = R_0/8.54$ ), et  $\gamma$  est l'exposant polytropique décrivant la vitesse avec laquelle le gaz est comprimé ou détendu (c'est-à-dire décrit la plage du régime isotherme à adiabatique) [15, 16]. Si le transfert de chaleur est rapide relativement à la dynamique oscillante de la bulle, alors l'échange de chaleur à travers la paroi sera possible et la température du gaz sera celle du liquide, compression isotherme décrite par  $\gamma = 1$ . Par contre, si la dynamique de la bulle est très rapide relativement aux échelles de temps du transfert de chaleur, alors la température du gaz va augmenter ou diminuer adiabatiquement avec l'effondrement ou l'expansion de la bulle, situation décrite par  $\gamma = 5/3$ . La distinction entre ces deux régimes peut se faire par l'étude du nombre de Péclet défini ici par  $Pe = |\dot{R}|R/\kappa_g$ , où  $\kappa_g$  est la diffusivité thermique du gaz [5]. Si l'oscillation de la bulle est telle que le régime se trouve être intermédiaire entre isotherme et adiabatique la situation est plus complexe. Dans ce cas il serait en principe nécessaire de résoudre le problème de flux de chaleur à l'interface durant un cycle d'oscillation pour en tirer la température à l'intérieur de la bulle, permettant ainsi d'établir la pression  $p_g(t)$ . Une autre approche est de faire varier  $\gamma$  continûment entre ses valeurs isotherme et adiabatique [13, 15, 17].

## 2.1.2 Equation de Keller

En établissant l'Eq. (2.31) pour déterminer la pression loin de la bulle, nous avons négligé les ondes de pression émises par la bulle elle-même. Tenant cette fois compte d'une onde de pression radiale issue de la bulle, le potentiel de vitesse dans le fluide est

$$\Phi(r > R) = \Phi_\infty - \frac{1}{r}F\left(t - \frac{r}{c}\right). \quad (2.36)$$

Pour  $r > R$  mais aussi  $r/c \ll t$  (c'est-à-dire proche de l'interface, et pour de faibles vitesses de propagation de l'onde) un développement au premier ordre donne

$$F\left(t - \frac{r}{c}\right) = F(t) - \frac{r}{c}\dot{F}(t) + \mathcal{O}\left(\frac{r}{c}\right), \quad (2.37)$$



que l'on insère dans l'Eq. (2.36) pour obtenir

$$\Phi(r > R) = \Phi_\infty - \frac{1}{r}F(t) + \frac{1}{c}\dot{F}(t). \quad (2.38)$$

A nouveau, égalant l'Eq. (2.38) avec (2.18) il résulte

$$C(t) = \Phi_\infty + \frac{1}{c}\dot{F}(t), \quad (2.39)$$

$$F(t) = R^2\dot{R}. \quad (2.40)$$

L'équation de Navier-Stokes (2.7) pour  $\Phi_\infty(t)$  donne

$$p_\infty(t) = -\rho\dot{C}(t) + \frac{1}{c}\rho\ddot{F}(t), \quad (2.41)$$

que l'on insère dans l'Eq. (2.29) en utilisant (2.40) pour obtenir finalement

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 = \frac{1}{\rho} \left[ p_g(t) - P_0 - P(t) - 4\eta\frac{\dot{R}}{R} - \frac{2\sigma}{R} \right] + \frac{1}{c} \frac{d}{dt}(R^2\dot{R}). \quad (2.42)$$

Comparant cette dernière équation et l'équation de Rayleigh-Plesset (2.34), on constate la présence d'un terme supplémentaire proportionnel à  $\dot{R}/c$  décrivant l'onde de pression issue de la bulle elle-même. Lorsque la vitesse de la paroi est faible, i.e.,  $\dot{R}/c \ll 1$ , ce terme sera négligeable et on retrouve l'équation de Rayleigh-Plesset. Dans le cas contraire, on constate que l'Eq. (2.42) est à présent d'ordre trois. Il est donc nécessaire de spécifier une condition initiale non seulement pour  $R$  et  $\dot{R}$ , mais aussi pour  $\ddot{R}$ , ce qui peut paraître a priori surprenant du point de vue physique. En fait, l'Eq. (2.42) admet une solution instable qui diverge exponentiellement, et qui par conséquent n'a pas de sens physique. Il faudra donc choisir la condition initiale pour  $\ddot{R}$  de façon à éliminer cette divergence. Par contre, l'existence d'une telle solution instable qui diverge exponentiellement pose de sérieux problèmes numériques car les erreurs de troncature vont en pratique exciter cette solution rendant le schéma numérique instable [13, 16]. L'idée pour contourner cette difficulté est de calculer le terme  $d^2/dt^2(R^2\dot{R})$  à l'aide de l'équation de Rayleigh-Plesset. Cette méthode mène à l'équation de Keller [18, 19]

$$\boxed{\begin{aligned} \left(1 - \frac{\dot{R}}{c}\right) \rho R \ddot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2 \rho \left(1 - \frac{\dot{R}}{3c}\right) \\ = \left(1 + \frac{\dot{R}}{c}\right) [p_g(t) - P_0 - P(t)] + \frac{R}{c} \dot{p}_g(t) - 4\eta \frac{\dot{R}}{R} - \frac{2\sigma}{R}. \end{aligned}} \quad (2.43)$$

### 2.1.3 Equation de Rayleigh-Plesset modifiée

Lors de l'établissement des équations précédentes, on fait l'hypothèse que la vitesse de la paroi est suffisamment faible  $|\dot{R}|/c \ll 1$ . Cette hypothèse est mise en défaut dans certains stades de l'implosion. On peut vérifier que les équations de Rayleigh-Plesset et de Keller engendrent des divergences non physiques pour  $|\dot{R}|/c \lesssim 1$ . Une manière qualitative de contourner ces divergences est la suivante. Il a été montré que la forme de l'équation de Keller n'était pas unique, mais qu'il existait en fait une famille d'équations pouvant

être dérivée de l'Eq. (2.42), soit [13]

$$\begin{aligned} & \left[ 1 - (\lambda + 1) \frac{\dot{R}}{c} \right] \rho R \ddot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2 \rho \left[ 1 - (\lambda + \frac{1}{3}) \frac{\dot{R}}{3c} \right] \\ & = \left[ 1 + (1 - \lambda) \frac{\dot{R}}{c} \right] [p_g(t) - P_0 - P(t)] + \frac{R}{c} \dot{p}_g(t) - 4\eta \frac{\dot{R}}{R} - \frac{2\sigma}{R}, \end{aligned} \quad (2.44)$$

où  $\lambda \in [0, 1]$  est un paramètre continu. Le cas  $\lambda = 0$  redonne l'équation de Keller (2.43). Il a été montré que pour différentes valeurs de  $\lambda$ , les solutions de l'Eq. (2.44) étaient similaires [20]. Or le paramètre  $\lambda$  multiplie justement le terme  $\dot{R}/c$ . Ainsi pour contourner les divergences issues de  $|\dot{R}|/c$  une manière de procéder est d'éliminer les préfacteurs contenant  $|\dot{R}|/c$ , menant ainsi à une équation couramment utilisée dans le contexte de la sonoluminescence [21]

$$\boxed{R \ddot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2 = \frac{1}{\rho} \left[ p_g(t) - P_0 - P(t) - 4\eta \frac{\dot{R}}{R} - \frac{2\sigma}{R} + \frac{R}{c} \frac{d}{dt} p_g(t) \right]}. \quad (2.45)$$

On constate que la seule différence avec l'équation de Rayleigh-Plesset est la présence d'un terme correctif dû à la variation temporelle de la pression du gaz  $(R/c)(d/dt)p_g(t)$ .

## 2.2 Dynamique de la bulle sous contrainte externe

Pour des pressions de forçage  $P_a$  suffisamment grandes, les solutions des Eqs. (2.34), (2.43), (2.45) ainsi que de plusieurs autres variantes non présentées ici [5] sont très semblables. Par contre, des différences apparaissent lors de l'effondrement de la bulle lorsque le rayon est proche du rayon minimal, et donc sans surprise les prédictions de caractéristiques extrêmes (rayon minimal, pression et température maximales, etc.), qui sont à la base du phénomène de sonoluminescence même, seront différentes. A nouveau, on en conclut la difficulté d'une modélisation adéquate du phénomène d'émission de lumière.

D'autre part, considérant l'évolution temporelle du rayon de la bulle dans un régime différent de celui de l'effondrement total, il est surprenant de constater que ces équations engendrent une description précise même si des inhomogénéités spatiales de pression du gaz  $p_g$  sont présentes, ou pour de grands nombres de Mach [22, 23]. Cette dynamique non extrême est le sujet du reste du chapitre.

Quelle est la solution des équations présentées dans la section 2.1 ? La Fig. 2.2 représente la solution de l'équation de Rayleigh-Plesset (2.45) pour différentes amplitudes  $P_a$  de la pression oscillante externe  $P(t) = -P_a \sin \omega t$ .

Pour  $P_a = 1$  atm, les oscillations de la bulle suivent celles de  $P(t)$ . Si  $P_a = 1.1$  atm l'amplitude des oscillations augmente. En effet, les variations de pression sont suffisamment faibles pour que la bulle puisse suivre ces oscillations externes de façon quasi-statique. Par contre, pour une pression  $P_a = 1.2$  atm ou supérieure, ces oscillations quasi-statiques ne sont plus possibles et une fois la phase d'expansion terminée lorsque la pression externe change de signe la bulle implose, avec plusieurs rebonds. La sonoluminescence est produite lors du premier effondrement après avoir atteint le rayon maximal. Les rebonds se font à la fréquence de résonance  $f_0$  de la bulle, donnée par [1]

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{\rho R_0^2} \left[ 3\gamma P_0 + (3\gamma - 1) \frac{2\sigma}{R_0} \right]}. \quad (2.46)$$

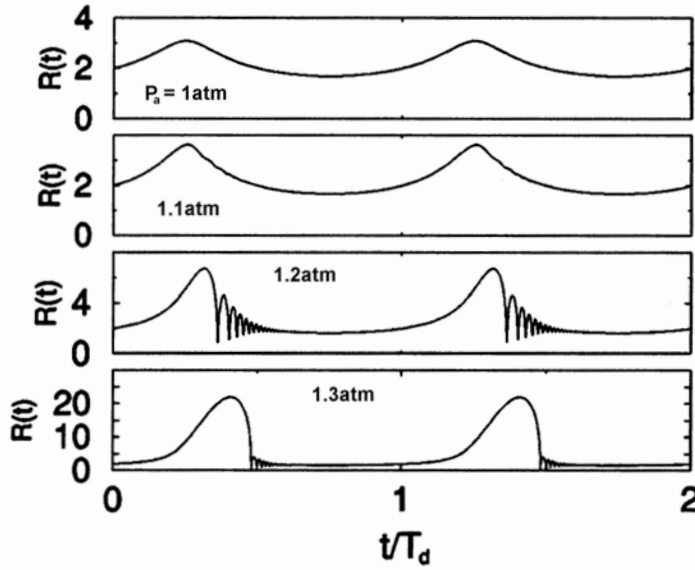


FIG. 2.2 – Solution de l'équation de Rayleigh-Plesset modifiée (2.45) pour différentes valeurs de l'amplitude de la pression externe  $P_a$ . Le diamètre de repos de la bulle est  $R_0 = 2 \mu\text{m}$ , et la fréquence de la pression externe  $P(t) = -P_a \sin \omega t$  est  $f = T_d^{-1} = 26.5$  kHz. Image tirée de [5].

On peut comprendre l'existence d'une fréquence de résonance en considérant le système comme un oscillateur mécanique dont le terme de masse serait issu du liquide et le ressort issu de la compressibilité non nulle du gaz. Pour des bulles sonoluminescentes, l'ordre de grandeur est  $f_0 \simeq 0.5$  kHz, soit une fréquence largement inférieure à la fréquence  $f$  de la pression externe. Notons encore que pour  $P_a = 1.3$  atm le rayon de la bulle peut augmenter jusqu'à un facteur 10 (ce facteur est d'au moins 100 si on compare les rayons minimal et maximal [24]). La Fig. 2.3 montre la solution de l'équation de Keller (2.43) pour un cycle.

On constate de la comparaison des Figs. 2.2 et 2.3 que les solutions des équations de Rayleigh-Plesset modifiée et de Keller présentées dans la Sec. 2.1 sont qualitativement semblables. La Fig. 2.3 permet aussi de mettre en évidence trois domaines dans le cycle décrit par les équations de type Rayleigh-Plesset. La première est la phase d'expansion de la bulle correspondant à la pression externe négative. Puis, lorsque la pression externe change de signe, commence la seconde phase, dite d'effondrement de Rayleigh. Le temps mis pour atteindre le rayon minimal peut être très court pour des bulles sonoluminescentes, soit de l'ordre de 1 ns. L'émission de lumière se produit alors à la fin de l'effondrement. Enfin, la troisième phase est caractérisée par des oscillations volumétriques à la fréquence de résonance  $f_0$  de la bulle.

Les phénomènes physiques complexes que nos modèles classiques ne peuvent capturer interviennent donc à la fin de la phase d'effondrement. Ces phénomènes seront repris en détail dans le chapitre 6.

Comme le montre la Fig. 2.3, l'équation de Keller fournit une bonne prédiction sauf pour les rebonds du rayon qui sont surestimés, caractéristique commune aux différents modèles classiques de la dynamique du rayon  $R(t)$  de la bulle. Sans entrer dans les détails, ceci est une conséquence de plusieurs phénomènes physiques dont l'influence sur  $R(t)$  est

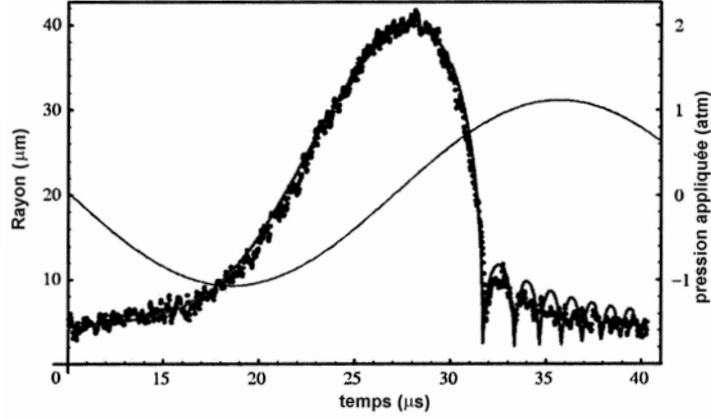


FIG. 2.3 – Solution de l'équation de Keller (2.43) isotherme ( $\gamma = 1$ ) pour un cycle (trait continu épais confondu avec les points), avec mesures expérimentales (points) et pression externe (trait continu). Image tirée de [25].

de second ordre et qui ne sont pas pris en compte dans la modélisation, ainsi que de difficultés expérimentales pour obtenir des mesures précises (le rayon de repos  $R_0$  qui peut varier au cours du temps par absorption ou émission de gaz, et la pression de forçage  $P_a$  agissant effectivement sur la bulle) [5].

Notons encore que dans son étude de la cavitation, Lord Rayleigh avait proposé un modèle pour l'effondrement d'une poche d'air, c'est-à-dire en négligeant les effets de tension superficielle, de viscosité, de pression du gaz. L'équation correspondante s'obtient alors en annulant le membre de droite de l'Eq. (2.34), c'est-à-dire  $R\ddot{R} + 3\dot{R}^2/2 = 0$ . La solution est alors  $R(t) = R_0[(t_c - t)/t_c]^{2/5}$ , où  $t_c$  est le temps correspondant à l'effondrement total. Une telle solution admet donc une vitesse  $\dot{R}$  divergente pour  $t \rightarrow t_c$ . Lord Rayleigh suppose alors que cet effondrement était la cause des dommages dus à la cavitation. Or nous savons que certains mécanismes physiques empêchent cet effondrement total et compensent les forces d'inertie. On peut montrer que les contraintes visqueuses ainsi que la tension de surface sont trop faibles pour compenser cet effondrement inertiel, mais que par contre la pression du gaz ainsi que la radiation d'ondes de pression de la bulle sont deux mécanismes capables de compenser l'inertie [5]. En fait, le mécanisme principal de dissipation de l'énergie cinétique de la bulle lors de l'effondrement de Rayleigh est l'émission d'ondes de pression par la bulle [26].

## 2.3 Ondes de pression

Comme nous l'avons vu pour l'établissement de l'équation de Keller, lors de son effondrement la bulle engendre une onde de pression. Des mesures indiquent que la vitesse du rayon  $\dot{R}$  peut atteindre environ 950 m/s [26]. L'onde de choc dans le voisinage immédiat de la bulle peut atteindre 4'000 m/s, soit une vitesse supersonique (la vitesse du son est de  $c = 1430$  m/s dans l'eau en conditions normales) [27]. La pression estimée est alors de l'ordre de 40'000 à 60'000 atm! Environ 90% de l'énergie de la bulle est dissipée par l'onde émise.

# Chapitre 3

## Dynamique du gaz dans la bulle

### 3.1 Motivation

La bonne compréhension de la dynamique interne du gaz, en particulier l'évolution de la composition du gaz et de sa température, est essentielle pour être en mesure de formuler une théorie de la sonoluminescence. Malheureusement, il n'est actuellement pas possible de réaliser des mesures directes aussi bien de la température du gaz que de sa composition. Seules des mesures indirectes sont possibles, dont la précision n'est pas suffisante pour sélectionner un modèle en particulier. Mentionnons encore que les simulations numériques de dynamique moléculaire ne sont actuellement pas réalisables car il serait nécessaire de simuler un système de l'ordre de  $10^{10}$  particules. Les phénomènes entrant en jeu dans la dynamique du gaz sont multiples et complexes (diffusion, condensation, réactions chimiques). Ces éléments expliquent l'existence de plusieurs modèles, chacun apportant un élément de compréhension supplémentaire. Nous proposons dans cette section un survol de différents modèles permettant de prédire une température maximale (donc la sonoluminescence) lors de l'effondrement de la bulle, partant du modèle le plus simple pour ensuite rajouter des termes correctifs améliorant la prédiction.

### 3.2 Modélisation de base

Le point de départ pour modéliser la dynamique du gaz est de considérer l'équilibre local et d'écrire les équations de conservation de masse, impulsion, et énergie du gaz compressible. Cette approche peut sembler a priori non pertinente car on sait que les processus dissipatifs ont une grande importance (diffusion des gaz, dissociation, réactions chimiques). Néanmoins, comme nous le verrons, la théorie est ensuite raffinée à l'aide de termes modélisant ces phénomènes dissipatifs. En adoptant la convention de sommation de Einstein, les équations de bilan sont données par

$$\partial_t \rho_g + \nabla_i (\rho_g v_i) = 0, \quad (3.1a)$$

$$\partial_t (\rho_g v_i) + \nabla_j (p_g \delta_{ij} + \rho_g v_i v_j - \tau_{ij}) = 0, \quad (3.1b)$$

$$\partial_t E + \nabla_i [v_i (E + p_g)] - \nabla_i (v_j \tau_{ij} + \kappa_g \nabla_i T) = 0, \quad (3.1c)$$

où  $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$  est la vitesse du gaz à l'intérieur de la bulle,  $\rho_g$  et  $p_g$  la densité et pression du gaz respectivement,  $T$  sa température,  $\kappa_g$  sa conductivité thermique,  $E = \rho_g e + \rho_g v^2/2$  la densité totale d'énergie, où  $e$  est la densité d'énergie interne par unité de

masse, et  $\tau_{ij}$  est le tenseur des contraintes visqueuses

$$\tau_{ij} = \eta_g (\nabla_i v_j + \nabla_j v_i - \frac{2}{3} \delta_{ij} \nabla_k v_k), \quad (3.2)$$

avec  $\eta_g$  la viscosité du gaz. Notons que les effets de viscosité volumique sont négligés. En plus des Eqs. (3.1) il faut leur adjoindre une équation d'état. Notons encore que les paramètres  $\kappa_g$  et  $\eta_g$  dépendent en général encore de la température et de la pression. Ces équations sont complétées à l'aide de conditions au bord de la bulle en  $r = R(t)$  [soit en utilisant la solution de l'équation de Rayleigh-Plesset, ou en obtenant  $R(t)$  à l'aide des Eqs. (3.1)], c'est-à-dire  $v_r(R, t) = \dot{R}(t)$ . De plus il faut prendre en compte les échanges de chaleur et de masse en  $r = R(t)$ . Notons que tous les travaux présentés ci-dessous supposent un effondrement parfaitement sphérique de la bulle.

La résolution de ce problème permet de prédire une température maximale lors de l'effondrement de la bulle. Nous verrons que les modèles les plus simples (les premiers à avoir été étudiés) prédisent une température de l'ordre de  $10^8$  K, et que la modélisation d'effets plus fins ramènera cette température vers  $10^4$  K. Ainsi dans ces conditions extrêmes les phénomènes physiques de «second ordre» ont une importance cruciale.

### 3.2.1 Modèles non miscibles : paroi imperméable

La motivation du modèle est un résultat expérimental selon lequel le temps d'émission de l'impulsion lumineuse (dans l'expérience en question de l'ordre de 50 picosecondes) est sensiblement inférieur au temps durant lequel la bulle est dans son état de compression maximal [24]. La conclusion était que les chocs entre particules (chocs agissant durant un très court temps) jouent un rôle très important pour la SBSL. Ceci a mené à une étude numérique de la dynamique de la bulle sphérique se basant sur les hypothèses [29]

- i) la viscosité  $\eta_g$  et conductivité thermique  $\kappa_g$  du gaz sont négligeables,
- ii) il n'y a pas d'échange de masse ou de chaleur à la paroi de la bulle entre le gaz et le fluide environnant,
- iii) l'équation d'état est de van der Waals (2.35) avec exposant polytropique (il s'agit du rapport des chaleurs spécifiques de l'air et de l'eau) constant  $\gamma = 7/5$ .

Le modèle prédit une température maximale de  $10^8$  K et une impulsion lumineuse de 1.2 ps (en utilisant  $P_a = 1.275$  atm,  $R_0 = 4.5 \mu\text{m}$ ,  $f = 26.5$  kHz) [7, 29].

Il a cependant été montré que cette grande température était la cause d'une divergence du modèle lors de l'effondrement de la bulle [5], ce qui est clairement non physique car d'autres mécanismes doivent empêcher l'apparition de cette divergence. En effet, aucun mécanisme dissipatif tel que la dissociation et l'ionisation, la diffusion de chaleur ou de matière, ou enfin les instabilités géométriques<sup>1</sup> ne sont modélisés. De tels mécanismes doivent freiner le développement d'une onde de choc. La question est de savoir si l'échelle de temps de ces processus dissipatifs est suffisamment plus petite que l'échelle de temps induite par l'onde de pression de la bulle lors de l'effondrement pour éviter la formation de ce front et de cette (pseudo) divergence. Des expériences ont montré que tel était le cas [30, 31]. Il est donc nécessaire d'inclure des effets dissipatifs pour capturer la bonne physique du phénomène.

---

<sup>1</sup>Si la forme de la bulle n'est pas parfaitement sphérique, alors le front de l'onde de choc ne sera pas à symétrie sphérique et par conséquent l'effondrement sera moins «brutal» donc la température maximale atteinte inférieure que dans le cas d'un effondrement sphérique.

### 3.2.2 Modèles dissipatifs : flux de chaleur

La difficulté liée à la modélisation de la diffusion de chaleur est de connaître la dépendance du coefficient de conductivité thermique en fonction de la température et de la pression. En effet, on ne dispose pas de mesures expérimentales dans les conditions extrêmes de la SBSL. Le modèle proposé [32] se caractérise par

- i) un coefficient de conductivité thermique non constant obtenu en extrapolant la loi linéaire à faible température et pression [32] :

$$\kappa_g = \kappa_g(T_0) \frac{T}{T_0}, \quad (3.3)$$

où la dépendance en la pression est négligée, avec  $T_0$  une température de référence.

- ii) un flux de chaleur sortant de la bulle égal au flux entrant dans la bulle, ce dernier étant modélisé par une équation de convection-diffusion de la chaleur dans le fluide proche de l'interface (à symétrie sphérique) :

$$\partial_t T_l + u_l \partial_r T_l = D_l \frac{1}{r} \partial_r^2 (r T_l), \quad (3.4)$$

où  $T_l$  est la température du liquide pour  $r > R(t)$ ,  $u_l$  son champ de vitesse, et  $D_l$  son coefficient de diffusion thermique,

- iii) le rayon de la bulle  $R(t)$  est donné par la solution de l'équation de Rayleigh-Plesset. La solution de ce modèle montre que la température au centre de la bulle ne diverge pas et est sensiblement inférieure à celle prédite par les modèle non miscibles, voir Fig. 3.1.

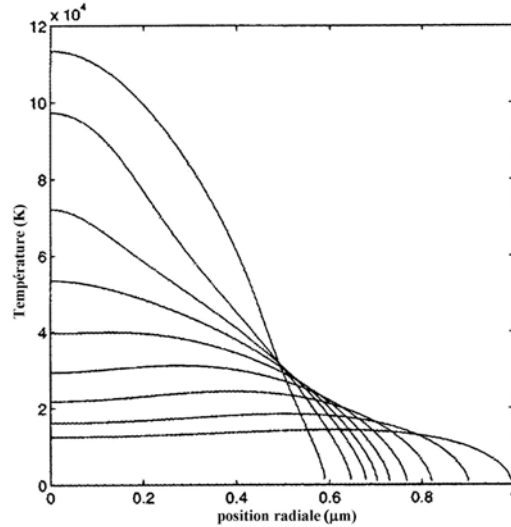


FIG. 3.1 – Profil de température pour différents temps (plage de 170 ps) avant l'effondrement maximal de la bulle. Figure tirée de [32].

On constate que la température est régulière en fonction de la position radiale, pour atteindre un plateau proche du centre. Ceci diffère du modèle sans dissipation où la température augmente fortement jusqu'à des valeurs de l'ordre de  $10^8$  K. En ceci, ce modèle dissipatif est un succès et montre qu'il n'y a pas de formation d'une onde de choc jusqu'au moment de l'effondrement total, mais qu'au contraire la majeure partie de l'énergie est préalablement dissipée, diminuant ainsi d'un facteur  $10^3$  la température

maximale. Néanmoins, les températures prédites restent très grandes. Par exemple, pour  $R_0 = 4.5\mu\text{m}$ ,  $f = 26.5\text{ kHz}$ , et une bulle d'argon pur, on obtient [32]  $T_{\text{max}}(P_a = 1.1\text{atm}) = 20'000\text{ K}$ ,  $T_{\text{max}}(P_a = 1.2\text{atm}) = 52'000\text{ K}$ , et  $T_{\text{max}}(P_a = 1.3\text{atm}) = 118'000\text{ K}$ . En considérant cette fois une bulle d'hélium il vient  $T_{\text{max}}(P_a = 1.3\text{atm}) = 43'000\text{ K}$ , et avec du xénon  $T_{\text{max}}(P_a = 1.2\text{atm}) = 202'000\text{ K}$ . Ainsi plus le poids molaire du gaz rare est élevé, plus la température maximale est grande. Du point de vue de ce modèle, ceci se comprend car le xénon a un coefficient de conductivité thermique inférieur à celui de l'hélium<sup>2</sup>, par conséquent moins d'énergie sera dissipée et la température maximale atteinte supérieure.

Néanmoins, un autre effet complique la discussion précédente. Il s'agit de l'effet de ségrégation à l'intérieur de la bulle. Il a été montré que pour un mélange de deux gaz, la concentration du plus lourd est supérieure vers les parois de la bulle, tandis que le plus léger est confiné au centre [33]. Ceci est dû aux différences de coefficients de diffusion des gaz présents. Ainsi la concentration de vapeur d'eau dans une bulle d'hélium est inférieure à celle dans une bulle de xénon. En effet, la masse molaire de l'hélium étant beaucoup plus petite que celle du xénon, la vapeur d'eau dans une bulle d'hélium est plus proche des parois et peut par conséquent condenser et rejoindre le fluide environnant. Par conséquent on peut s'attendre à ce que les températures maximales réelles diffèrent des prévisions des modèles dissipatifs : la présence de vapeur d'eau influence les propriétés de transport de chaleur, donne lieu à des réactions chimiques, et la concentration de vapeur présente dépend du type de gaz rare. Il est donc nécessaire d'inclure la présence de plusieurs gaz ainsi que de réactions chimiques dans une modélisation encore plus fine.

### 3.2.3 Modèles dissipatifs avec vapeur d'eau : flux de matière

Dans un premier temps, examinons les résultats d'une modélisation des phénomènes d'évaporation et de condensation, puis dans un second temps de ces effets conjoints avec des réactions chimiques [34].

Supposons que l'eau puisse s'évaporer (flux entrant dans la bulle), et que le gaz puisse condenser (proportionnellement à la pression du gaz) de sorte qu'à ce qu'une fraction  $\sigma_a \simeq 0.4$  puisse s'accrocher sur les parois de la bulle (flux sortant). Un tel modèle pour une bulle d'argon avec  $R_0 = 4.5\mu\text{m}$ ,  $P_a = 1.2\text{ bar}$ ,  $f = 26.5\text{ kHz}$ , prédit une réduction de la température maximale de 20'900 K [32] à 9'700 K. Comme le montre la Fig. 3.2, la concentration de vapeur d'eau dans la bulle n'est plus constante.

Dans la phase d'expansion, la pression du gaz est faible est donc l'eau s'évapore pour pénétrer à l'intérieur de la bulle. Proche du rayon maximum, la bulle est constituée à 90% de vapeur d'eau, et à seulement 10% d'argon. Lors de l'effondrement, la pression augmente et la vapeur se condense aux bords. Remarquons qu'il subsiste toujours une concentration non nulle de vapeur d'eau, de l'ordre de 1% au minimum. Ceci s'explique par une étude des échelles de temps des différents processus en jeu. Le processus de condensation se déroule en deux étapes prenant lieu sur deux échelles de temps différentes. La première est la diffusion de la vapeur jusque à la paroi (l'échelle de temps correspondante sera notée  $\tau_{\text{diff}}$ ), et la seconde est la condensation sur la paroi (l'échelle de temps correspondante sera notée  $\tau_{\text{cond}}$ ). On peut en fait montrer que pour des conditions physiques  $\tau_{\text{diff}} > \tau_{\text{cond}}$ , c'est-à-dire que la condensation est toujours limitée par la diffusion [34]. Soit  $\tau_{\text{dyn}} = R(t)/|\dot{R}(t)|$  l'échelle de temps de la dynamique de la paroi. La Fig. 3.3 représente la fraction molaire de vapeur d'eau dans la bulle en fonction de la position radiale pour différents temps avant d'atteindre le rayon minimal.

Comme le montre la Fig. 3.2.a, au début de l'effondrement la vitesse de la paroi est

<sup>2</sup>Il s'agit d'un argument très qualitatif, car d'autres propriétés physiques du gaz diffèrent.



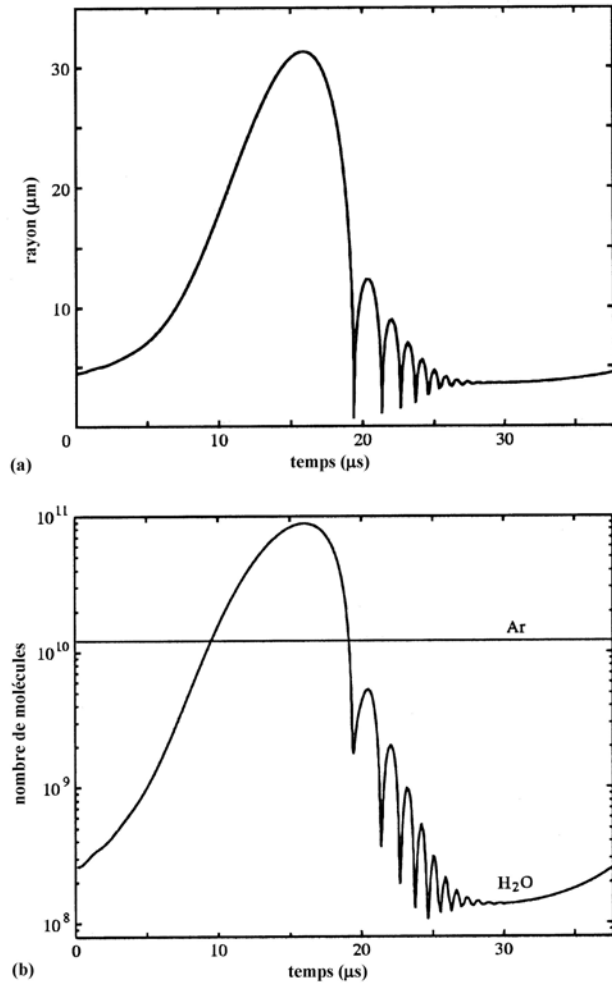


FIG. 3.2 – Nombre de molécules de vapeur d'eau dans la bulle en fonction du temps. (a) Cycle du rayon de la bulle. (b) Concentrations de vapeur d'eau et d'argon sur ce cycle. Les conditions expérimentales sont celles données dans le texte. Figure tirée de [34].

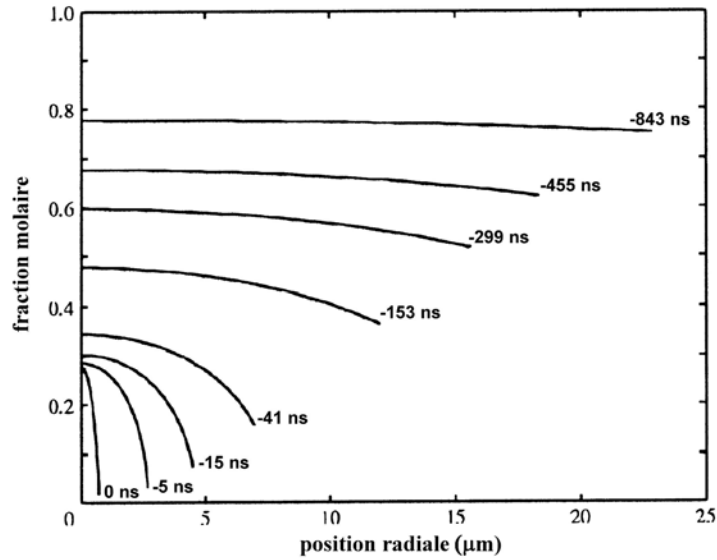


FIG. 3.3 – Fraction molaire de vapeur d’eau dans la bulle en fonction de la position radiale pour différents temps avant d’atteindre le rayon minimal. La gaz rare est de l’argon, avec  $R_0 = 4.5\mu\text{m}$ ,  $P_a = 1.2\text{ atm}$ ,  $f = 26.5\text{ kHz}$ . Figure tirée de [34].

suffisamment faible de sorte à ce que  $\tau_{\text{dyn}} \gg \tau_{\text{diff}}$  (et donc  $\tau_{\text{dyn}} \gg \tau_{\text{cond}}$  car la condensation est limitée par la diffusion). Le processus de condensation est donc suffisamment plus rapide pour que la vapeur d’eau issue de n’importe quel point de la bulle ait le temps de diffuser puis de condenser. On s’attend par conséquent à avoir un profil radial de vapeur d’eau constant, comme le montre la Fig. 3.3. Par contre, lorsque l’effondrement est plus rapide, c’est-à-dire que  $\tau_{\text{dyn}} \ll \tau_{\text{diff}}$ , la vapeur d’eau n’a plus le temps de diffuser jusqu’aux bords pour ensuite condenser. Les profils de concentration de vapeur d’eau sont donc décroissants en fonction du rayon. Ainsi une certaine quantité de vapeur d’eau restera emprisonnée dans la bulle. A cause des grandes températures atteintes, on peut supposer que les molécules ainsi piégées soient dissociées, donnant lieu à de nouveaux phénomènes dissipatifs (réactions chimiques endothermiques).

Modélisant cette fois, en plus de l’évaporation et de la condensation, les 19 réactions chimiques issues des neuf espèces Ar, H, H<sub>2</sub>, O, O<sub>2</sub>, OH, HO<sub>2</sub>, H<sub>2</sub>O, et H<sub>2</sub>O<sub>2</sub> pour les mêmes conditions<sup>3</sup>  $R_0 = 4.5\mu\text{m}$ ,  $P_a = 1.2\text{ bar}$ ,  $f = 26.5\text{ kHz}$ , la température maximale passe de 9’700 K à 7’000 K [34]. Ceci s’explique par le fait que la majeure partie des réactions sont endothermiques.

### 3.2.4 La température du gaz

Nous avons vu l’importance des phénomènes dissipatifs (flux de chaleur et de matière, réactions chimiques) lors de l’effondrement de la bulle. Ces derniers font passer la prédiction de la température maximale de  $10^8\text{ K}$  à  $10^4\text{ K}$ . Cette dernière température reste supérieure à celle de la sonoluminescence à plusieurs bulles. Il est néanmoins difficile d’établir du point de vue expérimental quel modèle est le plus approprié. En effet, les caractéristiques des émissions lumineuses (intensité, spectre) sont très sensibles à de

<sup>3</sup>L’incertitude majeure de cette approche est liée à la méconnaissance des taux de ces réactions aux hautes températures et pressions atteintes dans la bulle.

faibles variations des paramètres expérimentaux, soit  $f$ ,  $R_0$ , et  $P_a$ . Or ces deux derniers paramètres ne sont pas connus avec suffisamment de précision pour pouvoir en déduire exactement la température à l'intérieur de la bulle. Néanmoins, les prédictions expérimentales (6'000 à 20'000 K) sont en accord qualitatif avec les modèles dissipatifs [5].

La température de la bulle calculée à l'aide d'un modèle simplifié [54] est représentée par la figure 3.4.

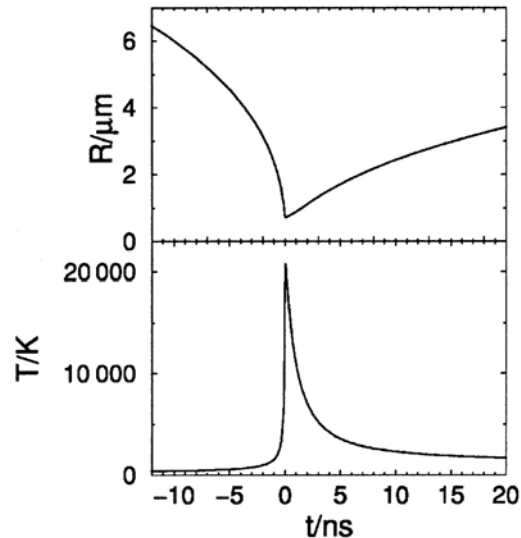


FIG. 3.4 – Température du gaz de la bulle ainsi que son rayon en fonction du temps pour un modèle simplifié [8, 54]. Les valeurs des paramètres sont  $R_0 = 5\mu\text{m}$ ,  $P_a = 1.3\text{ atm}$ ,  $f = 20\text{ kHz}$ . L'origine du temps est celle du rayon minimum du premier rebond lors de l'effondrement de Rayleigh. La largeur du pic de température à mi-hauteur est de l'ordre de 1 ns. Figure tirée de [5].

Ce modèle simplifié sans échange de masse ni de chaleur est basé sur l'équation d'état de van der Waals (2.35) pour le gaz à l'intérieur de la bulle. Nous avons vu en fin de Sec. 2.1.1 qu'au début de l'effondrement de Rayleigh le gaz se comportait de façon isotherme. Par contre, proche de l'effondrement maximal, la compression devient adiabatique. La transition entre ces deux régimes peut être décrite par la valeur du nombre de Péclet  $\text{Pe}(t)$ . Ainsi, en utilisant un exposant polytropique variable  $\gamma[\text{Pe}(t)]$ , on peut trouver [54]

$$\dot{T}(t) = -\{\gamma[\text{Pe}(t)] - 1\} \frac{3R^2\dot{R}}{R^3 - h^3} T - \kappa_g \frac{T - T_{\text{eau}}}{R^2}, \quad (3.5)$$

où  $T_{\text{eau}}$  la température ambiante de l'eau loin de la bulle, et les autres notations sont celles adoptées dans la Sec. 2.1.1. L'Eq. (3.5) combinée à l'équation de Rayleigh-Plesset fournit les données de la Fig. 3.4. L'intérêt de ce modèle (qui sera repris dans la Sec. 5.1) réside dans sa simplicité, même si nous avons vu que les températures prédites par des modèles plus réalistes étaient inférieures.



# Chapitre 4

## Conditions cadre et stabilité

Jusqu'à présent, nous avons étudié la dynamique du rayon de la bulle ainsi que la dynamique interne du gaz, en supposant les conditions menant à la SBSL satisfaites. Ayant acquis la compréhension des phénomènes physiques relevants, se pose la question des conditions dans lesquelles il peut y avoir SBSL, ainsi que sa stabilité. En effet, dans l'optique expérimentale, une fois les paramètres de la SBSL connus, il n'est pas possible de les fixer exactement à ces valeurs. Quelle est alors la stabilité de la SBSL relativement à de faibles déviations à ces conditions cadre ?

### 4.1 Forces de Bjerknes

Nous avons jusqu'à présent toujours considéré la bulle comme immobile en un point donné du dispositif. Cette stabilité est liée à des conditions bien particulières que nous abordons ici : les forces de Bjerknes. Il s'agit simplement de la moyenne sur une période de la force que subirait le volume de fluide qui remplacerait la particule. Négligeant les effets visqueux, la force s'exerçant sur la bulle est

$$\mathbf{F} = - \int_S dS \hat{\boldsymbol{\sigma}} p(r, t), \quad (4.1)$$

où  $S$  est la surface de la bulle,  $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$  sa normale unitaire orientée vers l'extérieur, et  $p$  la pression du fluide dont l'expression, en suivant le même raisonnement que pour l'Eq. (2.32), est

$$p(t) = -\rho \partial_t \Phi(t), \quad (4.2)$$

avec  $\Phi(t)$  le potentiel du champ de vitesse de l'écoulement. Soit  $\{\hat{\mathbf{e}}_i\}_{i=1}^3$  une base orthonormée, soit  $V(t)$  le volume de la bulle de bord  $S$ , alors la force de Bjerknes dans la direction  $i$ , notée  $F_{B_i}$ , est donnée par la composante selon  $\hat{\mathbf{e}}_i$  de la force moyennée sur une période d'oscillation  $T$  de la bulle :

$$F_{B_i} = \langle \hat{\mathbf{e}}_i \cdot \mathbf{F} \rangle = -\frac{1}{T} \int_0^T dt \int_S dS (\hat{\mathbf{e}}_i \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}}) p(r, t) = -\frac{1}{T} \int_0^T dt \int_{V(t)} d\mathbf{x} \nabla p(r, t). \quad (4.3)$$

Si la longueur d'onde de l'onde de pression est très grande devant le rayon, on a, au premier ordre,  $\nabla p(r, t) = \nabla p(r=0, t)$ , donc

$$F_{B_i} = \left\langle -\frac{4}{3} \pi R(t)^3 \nabla_i p(t) \right\rangle, \quad (4.4)$$

où  $p(t)$  est donné par l'Eq. (4.2). La force sur la particule dépend donc de son volume et du gradient de pression. Nous savons que le rayon de la bulle  $R(t)$  ainsi que la pression  $p(t)$  sont deux grandeurs périodiques. Par contre, la moyenne temporelle (4.4) n'est en général pas nulle. Or pour que la position de la bulle soit stationnaire, il faut que la force de Bjerknes (4.4) s'annule, et de plus du point de vue expérimental il faudrait que cette position soit stable. En fait, si la bulle est parfaitement centrée au milieu de l'installation, pour des raisons de symétrie on aura  $\nabla p(t) = 0$  et donc  $F_{B_i} = 0$ . Par contre, situation plus réaliste du point de vue expérimental, si la bulle n'est pas parfaitement centrée la force de Bjerknes est non nulle.

Le résultat final est que pour des pressions de forçage  $P_a$  inférieures à environ 1.8 bars (sinon il y a instabilité) et des fréquences imposées  $f$  inférieures à la fréquence de résonance de la bulle, la bulle est attirée par le centre du bocal et donc ce dernier est un point d'équilibre stable. Ce régime correspond bien aux conditions expérimentales de la section 2.2, et se comprend qualitativement de la façon exposée dans le paragraphe suivant.

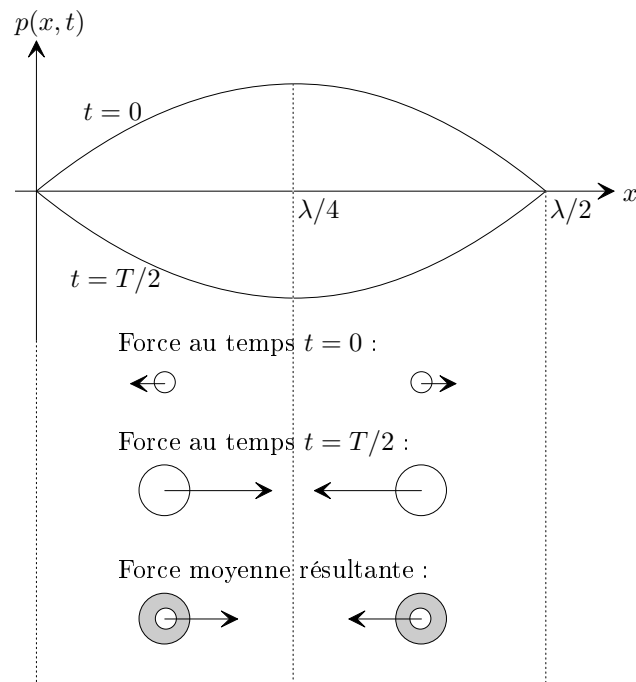


FIG. 4.1 – Force de Bjerknes.

La Fig. 4.1 schématise l'onde de pression en  $t = 0$  et  $t = T/2$  ainsi que la force résultante sur la bulle. En  $t = 0$ , le signe de la pression imposée est positif donc la bulle se contracte. Son volume est donc faible, le signe de  $\nabla_i p(t)$  est négatif, et l'Eq. (4.4) donne un signe positif pour la force de Bjerknes. La particule est donc attirée vers les points  $x^* = 0$  si  $x < \lambda/4$ , et  $x^* = \lambda/2$  si  $x > \lambda/4$ , où  $\lambda$  est la longueur d'onde de la pression imposée. En  $t = T/2$  le signe de la pression imposée est négatif, donc la bulle est dans sa phase d'expansion. Son volume sera supérieur à celui au temps  $t = 0$  et par conséquent, en vertu de l'Eq. (4.4), la force de Bjerknes supérieure et de signe opposé. La moyenne temporelle de la force est donc telle que la force résultante est orientée dans la direction de  $x^* = \lambda/2$ , d'où stabilité de la position de la bulle vers les ventres de pression (et instabilité aux noeuds).

Néanmoins, il existe des effets correctifs de second ordre au résultat précédent, comme par exemple la force d'Archimède moyennée sur une période. Soit  $\rho$  la différence de densité du gaz et du liquide,  $g$  l'accélération due à la gravitation, alors cette force est donnée par sa composante verticale :

$$F_{b_3} = \rho g \langle V(t) \rangle = \frac{\rho g}{T} \int_0^T dt V(t). \quad (4.5)$$

Cette dernière force de portée doit compenser la force de Bjerkness de sorte à ce que la position d'équilibre ne soit plus au centre du bocal  $x_3 = 0$ , mais à [28]

$$x_3 \simeq \frac{\rho g}{k_3^2 P_a} \frac{\int_0^T dt V(t)}{\int_0^T dt V(t) \sin \omega t}, \quad (4.6)$$

où  $k_3$  est le nombre d'onde du champ de pression statique dans la direction du champ gravitationnel. Cette prédiction est en accord qualitatif avec les expériences [28]. D'autres effets correctifs proviennent des déviations à la sphéricité de la bulle lors de l'effondrement, de l'influence de l'onde de pression émise par la bulle elle-même sur la pression environnante, ou bien encore de la présence de vapeur d'eau à l'intérieur de la bulle.

## 4.2 La condition de Blake

Il est clair que pour avoir sonoluminescence, il est nécessaire de concentrer une grande quantité d'énergie dans un petit volume. En d'autres mots, il faut qu'il y ait un effondrement de la bulle comme décrit dans la Sec. 2.2. La condition pour l'existence d'un tel effondrement est dite condition de Blake. Il s'agit donc d'une condition essentiellement inertielle, dans l'espace des paramètres  $\{P_a, R_0\}$ , où à titre de rappel  $P_a$  est l'amplitude de la pression imposée et  $R_0$  le rayon de repos (c'est-à-dire lorsque  $P_a = 0$ ) de la bulle. Cette condition s'énonce [5] : soit

$$R_0^c = \frac{4\sqrt{3}}{9} \frac{\sigma}{P_a - P_0}, \quad (4.7)$$

où  $\sigma$  est la tension superficielle de l'interface gaz-liquide, alors pour tout  $R_0 > R_0^c$  il peut y avoir SBSL.

Cette condition est en accord avec la solution  $R_0(P_a)$  issue de l'équation de Rayleigh-Plesset, qui admet une transition abrupte du rayon minimal  $\min_t R(t)$  atteint lors de l'effondrement en fonction de la pression de forçage  $P_a$  et du rayon d'équilibre  $R_0$  [5]. L'Eq. (4.7) confirme le résultat intuitif suivant : pour un rayon d'équilibre donné (fonction de la température, de la composition de l'eau et de ses propriétés, etc.), il est possible de se placer dans le régime d'existence de la SBSL en augmentant la pression de forçage  $P_a$ . Nous avons vu de la discussion des forces de Bjerkness qu'il existe une borne supérieure sur les valeurs de  $P_a$  admissibles. Une autre telle borne sera issue de l'analyse de stabilité géométrique de la Sec. 4.5.

## 4.3 Stabilité cyclique

Une caractéristique de la SBSL est l'aspect périodique du phénomène. Par conséquent, il faut qu'à chaque cycle la bulle atteigne des tailles maximale et minimale comparables. Ainsi le bilan de l'échange de matière entre la bulle et le fluide doit être nul sur une

période. La vapeur d'eau qui entre dans la bulle durant sa phase d'expansion doit égaler la quantité de vapeur d'eau en sortant par condensation lors de l'effondrement de la bulle. On dit alors qu'il y a stabilité cyclique.

De façon intuitive, si l'eau n'est que peu dégazée et contient donc une grande proportion de vapeur, alors la bulle aura tendance à absorber plus facilement de la vapeur d'eau et ainsi sa taille augmentera d'un cycle au suivant jusqu'au moment où la stabilité géométrique (assurée par la tension de surface) sera perdue. La bulle se fragmente alors en plusieurs autres bulles de taille au repos  $R_0$  inférieure à  $R_0^c$ . D'autre part, si l'eau est trop fortement dégazée, la taille de la bulle diminue d'un cycle au suivant jusqu'à ce que la taille au repos soit trop faible pour que l'énergie libérée lors de l'effondrement donne lieu à une émission lumineuse. Ultimement, la bulle disparaîtra.

Ces idées intuitives peuvent être quantifiées pour déterminer un dégazage optimal de l'eau en fonction d'une pression de forçage  $P_a$ . Ceci peut être fait à un niveau élémentaire en partant d'une équation de convection-diffusion, utilisant la loi d'Henry, et en posant que le gain ou la perte de masse de la bulle est proportionnel au gradient de concentration de masse sur la paroi [5]. Pour des raisons de simplicité, nous ne mentionnons ici que le résultat final approximatif donnant la relation entre le rayon maximal  $R_{\max}$  de la bulle (et donc indirectement la pression de forçage  $P_a$ ) et la concentration de vapeur d'eau dans le liquide  $c_\infty^{\text{air}}$  [5] :

$$\frac{p_g(R_{\max})}{P_0} = \left( \frac{R_0}{R_{\max}} \right)^3 = \frac{c_\infty^{\text{air}}}{c_0}, \quad (4.8)$$

où  $p_g(R_{\max})$  est la pression de la vapeur d'eau dans la bulle lorsque le rayon maximal est atteint,  $P_0$  la pression ambiante du gaz sans forçage à laquelle correspond le rayon  $R_0$ , et  $c_0$  la concentration de saturation de l'air dans l'eau<sup>1</sup>. Cette condition permet trivialement de conclure que sans pression de forçage ( $R_{\max} = R_0$ ) il n'est pas nécessaire de dégazer, et dès qu'il existe une pression de forçage ( $R_{\max} > R_0$ ) il est nécessaire de dégazer, i.e.  $c_\infty^{\text{air}} < c_0$ . La résolution du modèle complet [sans les approximations supplémentaires menant à l'Eq. (4.8)] est représentée sur la Fig. 4.2.

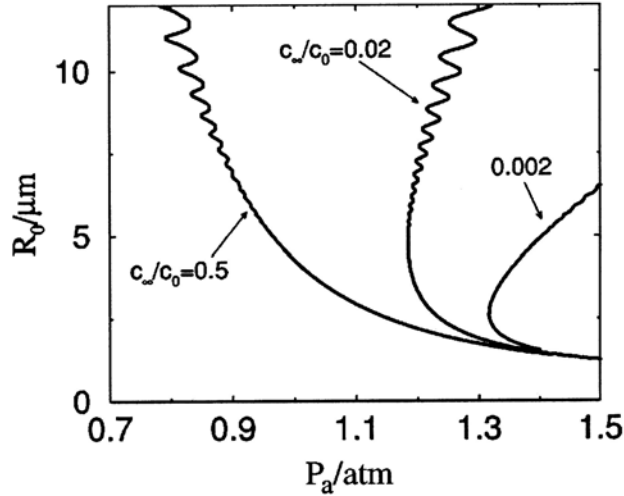


FIG. 4.2 – Courbes d'équilibre diffusif dans le plan  $\{P_a, R_0\}$  pour différents dégazages  $c_\infty^{\text{air}}/c_0$ . Figure tirée de [35].

<sup>1</sup>La concentration de saturation d'un gaz dans un liquide est la quantité maximale de gaz que le liquide peut contenir à l'équilibre.



Pour un rapport  $c_{\infty}^{\text{air}}/c_0$  donné, la taille d'une bulle caractérisée par des paramètres  $\{P_a, R_0\}$  à gauche (droite) de ceux définis par sa courbe d'équilibre va diminuer (augmenter). Ainsi, pour  $c_{\infty}^{\text{air}}/c_0 = 0.5$  la taille des bulles est instable, tandis que pour  $c_{\infty}^{\text{air}}/c_0 \leq 0.2$  il existe des régions stables : les courbes qui ont une pente positive  $\partial R_0/\partial P_a > 0$  définissent un équilibre stable. Ce résultat implique l'existence d'un équilibre stable pour un dégazage *minimum* de l'ordre de 2% de teneur restante en vapeur d'eau. Ceci est aussi en accord *qualitatif* avec l'Eq. (4.8). En effet, on sait expérimentalement que  $R_{\text{max}}/R_0 \simeq 10$ , d'où de l'Eq. (4.8)  $c_{\infty}^{\text{air}}/c_0 \simeq 0.001$ .

Ce qu'il faut retenir de la discussion précédente est l'idée *uniquement qualitative* de l'existence d'une restriction sur la plage des dégazages possibles et de la pression de forçage possible pour atteindre la SBSL. En effet, les résultats des modèles présentés ci-dessus sont en contradiction avec l'expérience initiale de F. Gaitan. Ils prédisent un dégazage minimum de l'ordre de 1%, or l'expérience initiale a révélé la SBSL pour un dégazage de seulement 40% [3]. Les moyens techniques à disposition à l'époque n'auraient d'ailleurs pas permis d'obtenir un dégazage correspondant à ce que la théorie demanderait [37]. Le modèle aboutissant à l'Eq. (4.8) sous-estime les mécanismes de diffusion et de condensation du gaz de la bulle. Un modèle plus sophistiqué basé sur un mécanisme anormal de diffusion et de flux de matière permet de retrouver les valeurs expérimentales [21]. La solution correspondante est représentée sur la Fig. 4.3, en accord avec les expériences.

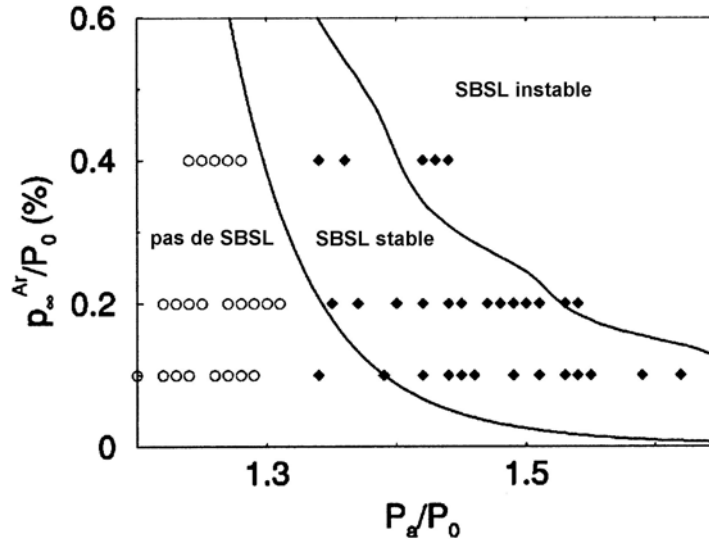


FIG. 4.3 – Diagramme de phase de SBSL dans le plan  $\{P_a/P_0, p_{\infty}^{\text{Ar}}/P_0\}$  selon le modèle de Hilgenfeldt *et al.* [5] et Lohse *et al.* [38], ainsi que mesures expérimentales. Les symboles représentent les mesures expérimentales de sonoluminescence stable ◆ ou instable ○ [39] (c'est-à-dire que la bulle est détruite après quelques cycles). On rappelle que la concentration d'argon dans l'air est de l'ordre de 1%, et par conséquent que la plage de stabilité de la SBSL correspond à un dégazage de approximativement 20 à 40%, conforme aux expériences. Figure tirée de [5].

L'idée fondamentale de ce modèle est, conséquence des hautes températures atteintes lors de l'effondrement, d'inclure les réactions chimiques dans le processus d'éjection de masse de la bulle (les produits de réaction étant hautement solubles). Ainsi seul le gaz rare est effectivement en équilibre *diffusif*, comme nous l'expliquons dans la section suivante.

## 4.4 L'équilibre diffusif des gaz rares

Comme nous l'avons vu dans la Sec. 3.2.3, la taille maximale (minimale) de la bulle n'augmente (diminue) pas d'un cycle d'oscillation à un autre. Lors de la phase d'expansion de la bulle, la pression à l'intérieur de cette dernière devient de l'ordre de la pression de vapeur d'eau de sorte qu'il y a évaporation à la paroi (gain de masse pour la bulle). D'autre part, lors de l'effondrement il y a condensation du gaz sur la paroi (perte de masse pour la bulle). Pour avoir stabilité, ces deux mécanismes doivent se compenser sur un cycle. Or comme nous l'avons vu, le mécanisme de diffusion seul n'est pas suffisant pour rendre compte de ce fait. Il faut y ajouter un mécanisme tenant compte d'une perte de matière supérieure à ce que prédit la diffusion. Il s'agit des réactions chimiques.

La haute température atteinte lors de l'effondrement est telle que les molécules de vapeur d'eau se dissocient. Les réactions chimiques entre la vapeur d'eau et l'hydrogène et l'oxygène sont connues des chimistes étudiant les pluies acides : les produits de réaction sont NO, NH, HNO<sub>3</sub>, et NH<sub>3</sub>. Ces substances sont toutes (sauf NO) fortement solubles dans l'eau. Ainsi les réactions chimiques sont telles que les produits de réaction sont entièrement absorbés par l'eau, d'où le mécanisme d'éjection de masse nécessaire pour reproduire les mesures expérimentales.

Nous savons que l'air contient un gaz rare, l'argon, à raison de 1%. Ce dernier ne réagit que très faiblement avec l'eau. De plus, nous avons vu (Fig. 3.2) que la bulle dont la taille est minimale est essentiellement constituée d'argon pur (à environ 99%). Il doit donc exister un autre mécanisme d'équilibre diffusif, celui de l'argon. Par conséquent seul ce gaz rare est en équilibre *diffusif* avec le fluide environnant, la dynamique de la concentration de vapeur d'eau étant elle dominée par les réactions chimiques. Le paramètre relevant pour l'équilibre de la SBSL est ainsi la fraction du gaz inerte dissolue dans le liquide, c'est-à-dire

$$\frac{c_{\infty}^{\text{Ar}}}{c_0} = q \frac{c_{\infty}^{\text{air}}}{c_0}, \quad (4.9)$$

où  $c_{\infty}$  sont les concentrations du gaz en question dans le volume, et  $c_0$  la concentration de saturation de l'air dans l'eau. Pour de l'argon, on doit donc avoir  $q \simeq 0.01$  pour rendre l'équilibre diffusif possible (car l'argon est présent dans l'air à raison de 1%). Ceci est confirmé par le résultat expérimental selon lequel la SBSL stable de bulles d'air est possible pour  $c_{\infty}/c_0 \simeq 0.2 - 0.4$  (donc comme l'argon est présent à raison de 1% dans l'air, il vient une concentration relative d'argon de  $0.002 - 0.004$ ), alors que pour de la SBSL stable dans de l'argon (c'est-à-dire une eau dégazée dans laquelle on dissout des bulles d'argon pur) on a expérimentalement  $c_{\infty}/c_0 \simeq 0.002 - 0.004$  [40]. La différence d'un facteur 100 confirme l'hypothèse d'équilibre diffusif de l'argon. La stabilité de l'émission lumineuse dépend donc fortement de la quantité de gaz dissoute dans le liquide, ainsi que de la composition de ce dernier. La même condition de stabilité diffusive est valable pour d'autres gaz rares dissous dans de l'eau.

## 4.5 Stabilité géométrique

Il s'avère que les prédictions issues des modèles d'équilibre diffusif avec réactions chimiques fournissent une borne supérieure de stabilité pour  $R_0$  qui est légèrement supérieure à ce qui a été observé expérimentalement [5]. Le phénomène responsable de cette limitation supplémentaire pour  $R_0$  sont les oscillations autour de la forme sphérique de la bulle et sa perte de stabilité. En effet, pour pouvoir observer la SBSL, il faut que l'énergie libérée lors de l'effondrement soit localement très grande de sorte à atteindre les températures requises. Il suffit d'une très légère non-sphéricité de la bulle lors de l'effondrement

pour que la température maximale soit significativement inférieure [41] (instabilités de Rayleigh-Taylor). D'autre part, la SBSL étant un phénomène périodique, il est nécessaire que la géométrie de la bulle soit stable sur plusieurs cycles d'oscillations (instabilités paramétriques). Nous voyons donc apparaître différents types d'instabilités à différentes échelles de temps.

L'analyse de stabilité linéaire se réalise en considérant une petite déviation autour de la géométrie sphérique modélisée par une harmonique sphérique de degré  $n$  d'amplitude  $a_n(t)$ , de sorte à ce que le rayon  $r(t)$  soit

$$r(t) = R(t) + a_n(t)Y_n(\theta, \varphi), \quad (4.10)$$

où  $R(t)$  est la solution sphérique issue de l'équation de Rayleigh-Plesset. La stabilité de  $R(t)$  se discute par l'étude de l'équation gouvernant l'évolution de  $a_n(t)$ . Cette dernière s'obtient en procédant de façon similaire à la dérivation de l'équation de Rayleigh-Plesset [5]. Le problème devient techniquement plus compliqué si on tient compte des effets visqueux car apparaissent des vortex dans le fluide près du bord de la bulle. Une simplification consiste à supposer l'existence d'une couche limite d'épaisseur  $\delta$  dans laquelle sont confinés les vortex. Dans cette approximation il vient [42]

$$\ddot{a}_n + B_n(t)\dot{a}_n - A_n(t)a_n = 0, \quad (4.11)$$

où

$$A_n(t) = (n-1)\frac{\ddot{R}}{R} - \frac{\beta_n\sigma}{\rho R^3} + \frac{2\nu\dot{R}}{R^3} \left[ -\beta_n + n(n-1)(n+2)\frac{1}{1+2\delta/R} \right], \quad (4.12)$$

$$B_n(t) = \frac{3\dot{R}}{R} + \frac{2\nu}{R^2} \left[ -\beta_n + \frac{n(n+2)^2}{1+2\delta/R} \right], \quad (4.13)$$

et  $\rho$  est la densité du liquide,  $\sigma$  la tension de surface de l'interface eau-air,  $\nu = \eta/\rho$  la viscosité cinématique, et  $\beta_n = (n-1)(n+1)(n+2)$ . L'Eq. (4.11) a la forme d'une équation d'un oscillateur paramétrique (équation de Hill) où la dynamique de  $R(t)$  détermine la périodicité de la contrainte paramétrique. La valeur de  $\delta$  est déterminée par des considérations physiques qualitatives [5]. La solution de l'Eq. (4.11) permet de conclure sur la stabilité linéaire de la forme sphérique de la bulle. Néanmoins, cette équation est très difficile à résoudre dans le cas général à cause de la forme compliquée de  $R(t)$ , solution de l'équation de Rayleigh-Plesset. De même qu'il existe plusieurs échelles de temps dans la dynamique de la bulle décrite par  $R(t)$ , on retrouve ces échelles dans l'étude de l'Eq. (4.11). Ainsi, sur des grands temps de l'ordre de la période de forçage  $1/f$  on étudie les instabilités paramétriques, tandis que sur l'échelle de temps de l'effondrement de Rayleigh on étudie les instabilités de Rayleigh-Taylor<sup>2</sup>. Soulignons encore que l'Eq. (4.11) ne renseigne que sur la stabilité *linéaire*.

### 4.5.1 Instabilité paramétrique

Cette instabilité se manifeste sur une échelle de temps  $T = 1/f$  comparable à celle introduite par la fréquence de forçage  $f$ . En effet, si une non-sphéricité se manifeste après une oscillation, elle peut être amplifiée par les oscillations suivantes jusqu'à détruire la bulle. Dans ce cas les forces de cohésion (tension de surface) deviennent insuffisantes pour assurer la connexité de la bulle, et cette dernière se scinde en plusieurs bulles de plus

<sup>2</sup>Il existe une troisième échelle de temps, associée aux phénomènes de rebonds de la bulle, que nous n'abordons pas ici.

petite taille. Par exemple pour un liquide insuffisamment dégazé, la taille de la bulle augmentera d'un cycle au suivant jusqu'à ce que les instabilités géométriques (paramétriques) dominent les forces de cohésion.

Pour aborder l'étude des instabilités paramétriques, on constate que  $R(t)$  est périodique et par conséquent les coefficients  $A_n(t)$  et  $B_n(t)$  le sont aussi avec la même période. Par conséquent on peut appliquer le théorème de Floquet pour écrire

$$\begin{pmatrix} a_n(T) \\ \dot{a}_n(T) \end{pmatrix} = \mathbf{F}_n(T) \cdot \begin{pmatrix} a_n(0) \\ \dot{a}_n(0) \end{pmatrix}, \quad (4.14)$$

où  $\mathbf{F}_n(T)$  est la matrice de Floquet propageant la solution sur un temps  $T$ . Si une valeur propre de  $\mathbf{F}_n(T)$  est supérieure à l'unité, alors il y aura instabilité. Pour une fréquence  $f = 26.5$  kHz et des pressions  $P_a \simeq 1.2 - 1.5$  atm, l'étude des valeurs propres montre que les instabilités paramétriques apparaissent pour des rayons de repos  $R_0$  supérieurs à environ 4 à 5  $\mu\text{m}$  [43, 16, 44], réduisant ainsi sensiblement la plage précédente issue d'une modélisation ne tenant pas compte des instabilités géométriques (voir Fig. 4.2).

### 4.5.2 Instabilité de Rayleigh-Taylor

Une instabilité de Rayleigh-Taylor apparaît en général lorsque un fluide de densité massique  $\rho_1$  est accéléré dans un autre fluide de densité massique supérieure  $\rho_2 > \rho_1$ . Il s'agit par exemple du cas particulier où une couche plane d'un fluide léger est disposée au-dessus d'une seconde couche plane d'un fluide dense. L'accélération est alors donnée par la gravitation, et la surface initialement plate de l'interface entre ces deux liquides est instable<sup>3</sup>. En SBSL, cette instabilité apparaît lors de la très courte (de l'ordre de la nanoseconde) phase l'effondrement de Rayleigh. En effet, la paroi de la bulle décélère alors en vue de la phase d'expansion de la bulle. Considérant les vitesses relatives du gaz contenu dans la bulle et du liquide environnant, le gaz accélère fortement en direction du liquide. Cette accélération relative est de l'ordre de  $10^{12}$  g. La limite de stabilité (pour que l'instabilité de Rayleigh-Taylor puisse détruire la bulle) est donc déterminée par la compétition entre la très forte accélération relative du gaz et les très courts temps durant lesquels agit cette accélération.

Néanmoins, l'instabilité de Rayleigh-Taylor agit sur un intervalle temporel tellement court (de l'ordre de quelques nanosecondes) pour des valeurs physiques (pression, température, densité, etc.) si extrêmes que la modélisation et description quantitative du phénomène est une tâche très difficile [16].

En conclusion, des résultats expérimentaux et théoriques suggèrent que l'instabilité de Rayleigh-Taylor impose, tout comme les forces de Bjerkness, une limite supérieure dans la pression de forçage  $P_a$ . Ceci est à comparer avec l'instabilité paramétrique qui elle impose une limite supérieure dans le rayon de repos  $R_0$  de la bulle.

---

<sup>3</sup>Cette instabilité s'observe aussi par exemple en astrophysique lors d'une explosion de supernova où apparaît une interface entre le gaz chaud éjecté lors de l'explosion et le gaz interstellaire environnant.

## Chapitre 5

# Sonoluminescence

Un atome, ion, ou une molécule doivent être excités de quelques électron-volts au-dessus de leur état fondamental pour pouvoir émettre un photon (dans le spectre visible). Pour disposer d'une énergie suffisante en mesure de générer une émission lumineuse, la bulle doit être comprimée adiabatiquement très fortement durant un court instant. Les températures alors atteintes par le gaz sont telles qu'il y a dissociation des liaisons chimiques puis ionisation et donc phénomènes d'absorption et d'émission de photons. L'origine thermique du rayonnement (recombinaisons moléculaires, atomiques, rayonnement de freinage, etc.) est actuellement l'hypothèse la plus plausible. Le but de ce chapitre est de présenter une description plus quantitative du phénomène d'émission lumineuse.

Principalement deux types de théories on vu le jour pour tenter d'expliquer la sonoluminescence à plusieurs bulles. La première se base sur des décharges électriques qui seraient à l'origine des éclairs lumineux. Dans ce cas la bulle jouerait le rôle de capacité sphérique avec des charges en son centre et sur ses parois (qui correspond à une forte augmentation de la tension électrique entre la paroi et le centre). Dans ce scénario, l'éclair devrait être émis dans la phase d'expansion de la bulle, ceci étant en contradiction avec des mesures expérimentales [45]. Des expériences ultérieures portant sur d'autres propriétés invalideront définitivement cette théorie [5]. La seconde théorie se base sur l'origine thermique du rayonnement. De nombreuses mesures du spectre lumineux émis mettent en évidence l'existence de bandes caractéristiques des éléments (molécules) présentes dans l'eau [46]. Il est actuellement admis que l'origine de l'émission lumineuse en sonoluminescence à plusieurs bulles est due à l'émission de photons par les molécules excitées contenues dans le liquide. Les températures maximales atteintes sont estimées entre 3'000 et 6'000 K.

Qu'en est-il de la SBSL ? Un espoir lors de la découverte de ce phénomène était de pouvoir disposer de l'«atome» de la sonoluminescence qui permettrait de répondre à plusieurs questions ouvertes sur la sonoluminescence à plusieurs bulles. Néanmoins, la SBSL se différencie par plusieurs aspects importants : l'intensité lumineuse est supérieure, le spectre est continu (sans pics), la durée de l'impulsion lumineuse est sensiblement plus courte. Ces différences suggèrent que les températures et pressions atteintes en SBSL sont largement supérieures, et que les phénomènes physiques en jeu sont bien plus riches et complexes. Une multitude de théories a été proposée pour expliquer les observations expérimentales (spectre et intensité lumineuse, durée de l'impulsion, etc.) : effet Casimir dynamique [47], décharge électrique à l'instar de la sonoluminescence à plusieurs bulles [48], effondrement asymétrique [49], ou onde de choc [50]. Le modèle actuellement le plus probable est à nouveau basé sur une émission d'origine thermique [5]. En fonction de la température

de la bulle plusieurs phénomènes différents peuvent être d'origine thermique : les recombinaisons moléculaires, les émissions induites par les collisions des molécules, l'émission de photons par les molécules, les recombinaisons atomiques, le rayonnement de freinage, etc. Les mesures de température étant difficiles à réaliser, il est de plus problématique d'affirmer lequel de ces phénomènes domine l'émission lumineuse. Le gain en précision des mesures expérimentales (principalement de la durée de l'impulsion lumineuse) aura permis d'écarter la majeure partie des théories ci-dessus. Le modèle décrivant la compréhension actuelle la plus probable du phénomène est basé sur le rayonnement du corps noir, modèle que nous présentons dans les sections suivantes.

## 5.1 Le modèle du corps noir et ses limitations

Il est possible de mesurer l'intensité du rayonnement émis par la SBSL en fonction de la longueur d'onde ainsi que la durée de l'impulsion lumineuse. Ces mesures permettent donc de tester un modèle d'émission lumineuse.

Sachant que le gaz dans la bulle subit une dynamique adiabatique lors de l'effondrement de Rayleigh, donc qu'il absorbe de l'énergie à cause de la compression sans en restituer à son environnement, une idée est d'associer le spectre lumineux à celui d'un corps noir<sup>1</sup>. En effet, par définition un corps noir absorbe toute l'énergie électro-magnétique pour la réémettre sous forme de radiation. L'avantage simplificateur d'un modèle de type corps noir est que la seule grandeur régissant l'émission lumineuse est la température du corps. La dynamique interne aussi complexe soit-elle peut être négligée (en première approximation, comme nous le verrons dans la section suivante).

Un corps noir de température  $T$  émet une intensité lumineuse  $I_\lambda^{\text{cn}}(T)$  à longueur d'onde  $\lambda$  donnée par<sup>2</sup>

$$I_\lambda^{\text{cn}}[T(t)] = \frac{2hc^2}{\lambda^5 [\exp(hc/\lambda k_B T) - 1]}, \quad (5.1)$$

où  $h$  est la constante de Planck,  $k_B$  celle de Boltzmann, et  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide. Notons que la température est supposée homogène, c'est-à-dire que l'équilibre thermodynamique est valable en tout temps même sur de courtes échelles de temps de l'ordre de 10 à 100 ps (la durée de l'émission lumineuse). On peut constater que cet équilibre est bien satisfait grâce à la très grande densité atteinte lors de l'effondrement maximal (de l'ordre de  $10^{28}$  particules par  $\text{m}^3$ ) et des grandes températures (de l'ordre de  $10^4$  K). Dans ces conditions le temps moyen de collision est bien inférieur à la picoseconde.

On mesure expérimentalement la radiance spectrale (énergie émise par unité de temps dans un certain intervalle de longueurs d'onde  $\lambda$ ), notée  $P_\lambda(t)$ . Il faut donc intégrer l'Eq. (5.1) sur la projection de surface  $S_p(t)$  (c'est-à-dire sur la projection d'un hémisphère) de la bulle  $dS_p = R^2(t)d\varphi d\theta \sin\theta \cos\theta$ ,  $\varphi \in [0, 2\pi]$ ,  $\theta \in [0, \pi/2]$ , ainsi que sur tout

---

<sup>1</sup>Sachant que l'intérieur de la bulle est un gaz (partiellement) ionisé, une idée est d'identifier ce gaz avec un plasma. La fréquence plasma est alors  $\omega_p \sim \sqrt{n_e}$ , où  $n_e$  est la densité électronique (qui augmente avec la température). Toute onde électromagnétique de fréquence inférieure à  $\omega_p/2\pi$  est alors atténuée exponentiellement par le plasma. La bulle se comporte donc comme un corps noir en absorbant toute radiation volumique, et l'émission spectrale visible est issue uniquement de la surface.

<sup>2</sup> $I_\lambda^{\text{cn}}[T(t)]$  est une énergie par unité de temps, par unité d'angle solide et de surface, et pour une longueur d'onde donnée.

l'angle solide  $d\Omega$  :

$$\begin{aligned}
 P_{\lambda}^{\text{cn}}(t) &= \int d\Omega \int_{S_p(t)} d\mathbf{x} I_{\lambda}^{\text{cn}}[T(t)] \\
 &= 4\pi R^2(t) \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} d\theta \sin\theta \cos\theta I_{\lambda}^{\text{cn}}[T(t)] \\
 &= 4\pi^2 R^2(t) I_{\lambda}^{\text{cn}}[T(t)].
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

Comme le reflète l'Eq. (5.2), la propriété du corps noir est d'absorber tout rayonnement électromagnétique c'est-à-dire que l'émission est issue de la *surface* uniquement. Les photons issus du volume sont absorbés par le corps noir lui-même.

Pour tester la théorie du corps noir, il est encore nécessaire de connaître  $T(t)$  et  $R(t)$ . Ces grandeurs sont données par l'équation de Rayleigh-Plesset modifiée (par exemple). L'énergie émise dans la plage de longueurs d'onde  $[\lambda', \lambda' + \Delta\lambda']$  est donc donnée par  $\int_{\lambda'}^{\lambda'+\Delta\lambda'} d\lambda P_{\lambda}^{\text{cn}}(t)$ . Cette prédiction peut être confrontée à l'expérience, où on utilise des filtres spectraux pour mesurer l'énergie émise dans une certaine plage de longueur d'onde.

Il est ainsi possible de vérifier :

- (i) son intensité,
- (ii) sa durée,
- (iii) sa durée en fonction de la longueur d'onde.

Mentionnons les résultats obtenus par un calcul basé sur le modèle simplifié de la Sec. 3.2.4 [5], dont la Fig. 5.1 représente l'énergie émise normalisée en fonction du temps pour différentes longueurs d'onde.

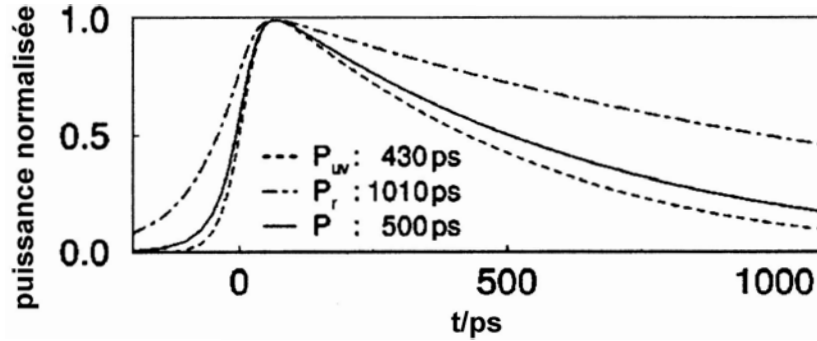


FIG. 5.1 – Prédiction de l'impulsion lumineuse (normalisée) selon le modèle de la Fig. 3.4 avec l'Eq. (5.2). Les paramètres sont  $P_a = 1.3$  atm,  $f = 20$  kHz, et  $R_0 = 6\mu\text{m}$ . Le label  $P_{\text{uv}}$  correspond à une impulsion dans l'ultraviolet (longueurs d'onde de 300 à 400 nm), le label  $P_r$  à des longueurs d'onde dans le «rouge» (de 590 à 650 nm), et la ligne continue de label  $P$  à l'intégration sur toutes les longueurs d'ondes. On constate en particulier que la durée de l'impulsion (largeur à mi-hauteur) dépend de la longueur d'onde. Dans l'ultraviolet elle est de 430 ps, alors qu'elle est de 1010 ps dans le «rouge». Figure tirée de [8].

Les mesures expérimentales [51] indiquent que l'intensité lumineuse prédite par ce modèle est environ deux ordres de grandeur supérieure tandis que la durée de l'impulsion est du même ordre de grandeur que la mesure. Etant donné les grandes différences de température issues des différentes modélisations, ces deux comparaisons peuvent encore être considérées en accord qualitatif. Par contre, les mesures montrent clairement que la durée de l'impulsion lumineuse ne dépend pas de sa longueur d'onde (cf. Fig. 5.2), alors

que la théorie prédit une émission dans l'ultraviolet environ deux fois plus longue que dans le «rouge» du spectre (cf. Fig. 5.1).

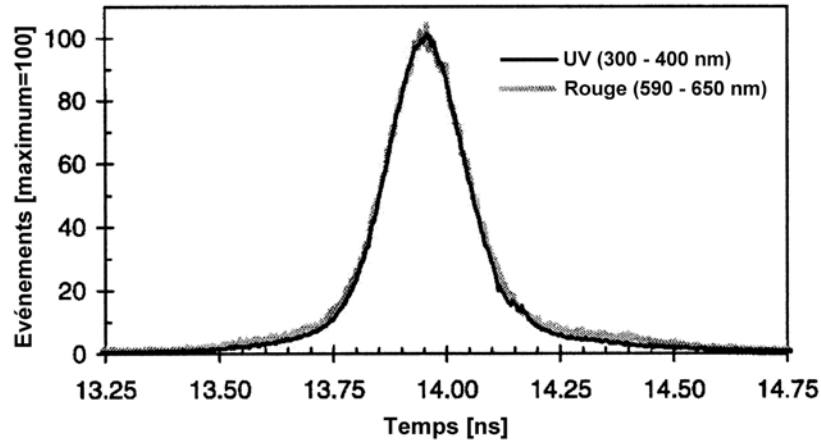


FIG. 5.2 – Mesure de la durée de l'impulsion lumineuse pour des intervalles différents de longueur d'onde. Les paramètres sont  $P_a = 1.2$  bars,  $f = 20$  kHz, et une concentration de gaz de 1.8 mg de  $O_2$  par litre. La durée de l'impulsion (largeur à mi-hauteur) est d'environ 200 ps, et on constate qu'elle ne dépend pas de la longueur d'onde. Figure tirée de [51].

Ce désaccord de principe invalide l'approche du corps noir présentée ci-dessus, mais pas l'origine thermique de l'émission en général. Il est donc nécessaire de raffiner le modèle du corps noir.

## 5.2 Opacité et transparence de la bulle

Ce désaccord avec l'expérience est issu de l'hypothèse même du corps noir, c'est-à-dire que la bulle est opaque et absorbe toute radiation issue de son volume<sup>3</sup>. Soit  $\kappa_\lambda$  le coefficient d'absorption des photons de longueur d'onde  $\lambda$  (le libre-parcours-moyen  $l$  est proportionnel à  $\kappa_\lambda^{-1}$ )<sup>4</sup>, soit  $\tau_\lambda = \kappa_\lambda 2R$  l'épaisseur optique de la bulle pour la longueur d'onde  $\lambda$ , alors la condition d'opacité s'énonce  $\tau_\lambda \gg 1$ , c'est-à-dire que le libre-parcours-moyen des photons est sensiblement inférieur à la taille de l'objet. Or il a été montré que ceci n'était vrai que pour une très petite région au centre de la bulle, mais que la majeure partie du volume se comporte comme un milieu transparent [52]. L'hypothèse du corps noir est par conséquent incorrecte, et le spectre lumineux de SBSL est non pas issu uniquement de la surface de la bulle, mais aussi de son *volume*. On parle alors d'émission thermique de volume. La transparence de la bulle permet de reproduire l'indépendance de la durée de l'impulsion lumineuse en fonction de la longueur d'onde.

### 5.2.1 Modification du modèle du corps noir

Un modèle d'opacité variable se formule comme suit. Soit  $s \in [0, 2R]$  la distance en un point intérieur jusqu'à la surface, alors l'intensité du rayonnement de longueur d'onde  $\lambda$

<sup>3</sup>C'est-à-dire que la bulle ne se comporte pas exactement comme un plasma avec une fréquence de plasma bien déterminée.

<sup>4</sup>Soit  $n$  la densité de particules, alors on définit l'*opacité* d'un milieu pour une longueur d'onde  $\lambda$  par  $\kappa_\lambda/n$ .



à distance  $s$  est donnée par [53]

$$I_\lambda(s, t) = I_\lambda^{\text{cn}}[T(t)] \left\{ 1 - e^{-\kappa_\lambda [T(t)] s} \right\}. \quad (5.3)$$

Notons que la limite opaque  $\kappa_\lambda \rightarrow \infty$  on retrouve l'intensité du corps noir  $I_\lambda^{\text{cn}}[T(t)]$ . Pour obtenir l'énergie émise par unité de temps pour une longueur d'onde donnée, il faut intégrer  $I_\lambda(s, t)$  sur tout l'angle solide et sur un hémisphère de la surface projetée en tenant compte cette fois des émissions volumiques à la profondeur  $s$ . Notant  $\theta$  l'angle d'émission du photon par rapport à la direction d'observation, alors  $s = 2R \cos \theta$ ,  $\theta \in [0, \pi/2]$ . Ainsi lors de l'intégration sur la projection de l'hémisphère on tient automatiquement compte de la distance parcourue par les photons à l'intérieur du volume, et donc du poids issu de leur probabilité d'absorption exponentielle issue de l'Eq. (5.2). Ainsi

$$\begin{aligned} P_\lambda(t) &= \int d\Omega \int_{S_p(t)} d\mathbf{x} I_\lambda(s, t) \\ &= 4\pi R^2(t) \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} d\theta \sin \theta \cos \theta I_\lambda^{\text{cn}}[T(t)] \left\{ 1 - e^{-\kappa_\lambda [T(t)] 2R \cos \theta} \right\} \\ &= 4\pi R^2 I_\lambda^{\text{cn}}[T(t)] \left( 1 + \frac{e^{-2\kappa_\lambda R}}{\kappa_\lambda R} + \frac{e^{-2\kappa_\lambda R} - 1}{2\kappa_\lambda^2 R^2} \right) \\ &= P_\lambda^{\text{cn}}(t) \left( 1 + \frac{e^{-2\kappa_\lambda R}}{\kappa_\lambda R} + \frac{e^{-2\kappa_\lambda R} - 1}{2\kappa_\lambda^2 R^2} \right). \end{aligned} \quad (5.4)$$

A nouveau, dans le cas opaque  $\kappa_\lambda \rightarrow \infty$  on retrouve le résultat  $P_\lambda^{\text{cn}}(t)$  du corps noir. Par contre, dans la limite transparente  $\kappa_\lambda \rightarrow 0$  il vient

$$P_\lambda(t) \simeq \frac{2}{3} \tau_\lambda P_\lambda^{\text{cn}}(t), \quad (5.5)$$

où  $\tau_\lambda \propto \kappa_\lambda \simeq 0$  est l'épaisseur optique. Ainsi l'énergie émise est a priori inférieure à celle issue du modèle du corps noir (dont la prédiction surestimait d'environ deux ordres de grandeur les mesures expérimentales). La théorie doit être complétée par l'établissement d'une relation explicite pour le coefficient d'absorption  $\kappa_\lambda$  (ou de façon équivalente, l'opacité). Ce dernier est fonction des processus d'interaction entre photons et matière, d'où une complication significative par rapport au modèle du corps noir qui ne dépend que de la température.

### 5.2.2 Un modèle pour l'opacité

Ce modèle néglige la vapeur d'eau ainsi que les molécules dans la bulle [54, 8]. On suppose donc que l'émission lumineuse est induite uniquement par le gaz rare ionisé. De plus, guidé par les mesures expérimentales, on suppose que la température maximale atteinte est de l'ordre de  $10^4$  K. Sous ces conditions, il est connu que les trois mécanismes radiatifs dominant sont l'absorption et l'émission de photons par [55] (cf. Fig. 5.3)

- (i) des électrons libres en présence de ions,
- (ii) collision d'électrons avec un atome neutre,
- (iii) recombinaison radiative ou ionisation de l'atome par absorption de photons.

Chacun de ces processus dépend du degré d'ionisation  $\alpha = n_e/n$  du gaz rare, où  $n_e$  est le nombre d'atomes ionisés<sup>5</sup>. On peut alors montrer que [55]

$$\alpha[T(t)] = \left( \frac{T}{T_0} \right)^{3/4} \exp \left( -\frac{E_i}{2k_B T} \right), \quad (5.6)$$

<sup>5</sup>L'énergie d'ionisation de l'argon étant  $E_i \simeq 15.8$  eV, pour une température  $T \simeq 10^4$  K on a  $k_B T \ll E_i$  et donc le gaz n'est que faiblement ionisé, typiquement de l'ordre de 1% [5].

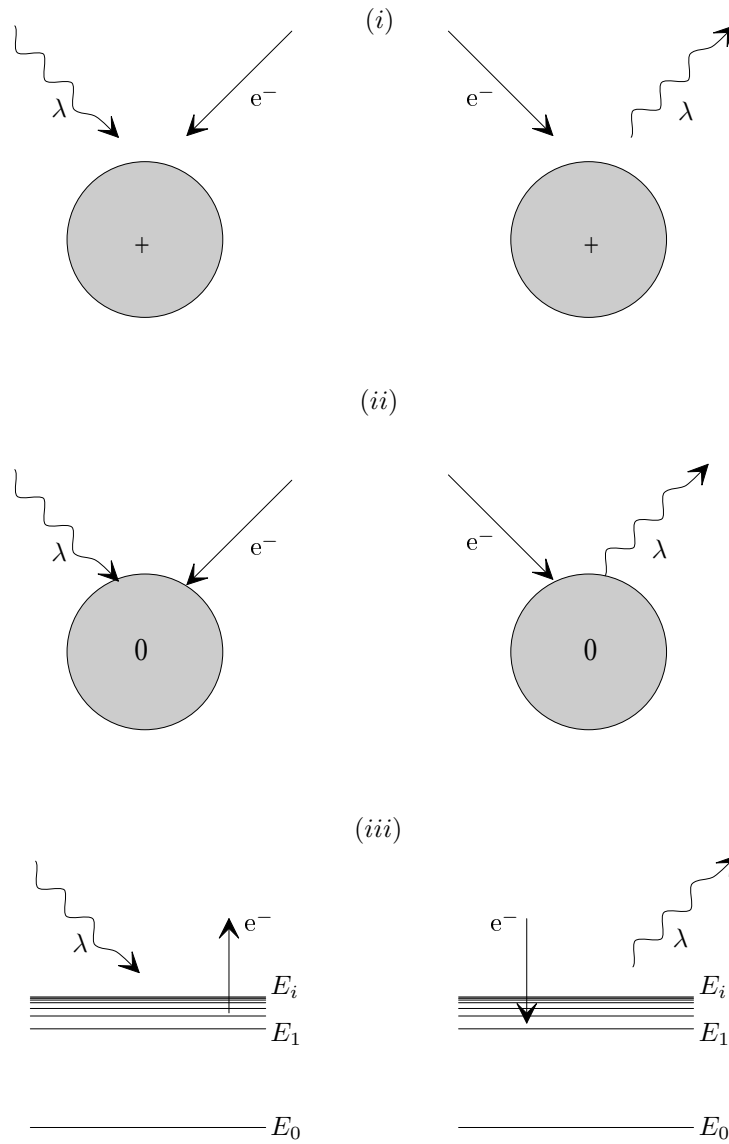


FIG. 5.3 – Les trois processus d'absorption (à gauche) et d'émission (à droite) dominants pour l'ordre de température maximal atteint lors de l'effondrement de Rayleigh : (i) rayonnement de freinage (inverse dans le cas de l'absorption), (ii) rayonnement de freinage neutre (inverse dans le cas de l'absorption), (iii) photoionisation (ou recombinaison radiative dans le cas de l'absorption). L'énergie de l'état fondamental de l'atome est  $E_0$ , le premier état excité  $E_1$ , et l'énergie d'ionisation  $E_i$ .

où  $E_i$  est l'énergie d'ionisation du gaz rare,  $k_B$  la constante de Boltzmann, et  $T_0$  une température issue de paramètres physiques décrivant le gaz rare [5]. On note que  $\alpha(T)$  est une fonction croissante de  $T$ . Connaissant  $\alpha$ , il est possible de calculer les contributions des différents processus à l'opacité totale.

Concernant le processus d'ionisation (iii), il est a priori nécessaire de connaître tout le spectre discret des états liés. Néanmoins, comme l'énergie du premier état excité  $E_1$  est déjà de l'ordre de grandeur de l'énergie d'ionisation  $E_i$  [5], une hypothèse simplificatrice est d'approximer l'énergie d'ionisation par celle du premier état excité permettant de négliger les détails du spectre. La longueur d'onde  $\lambda_1 = hc/E_1$  suffit donc à décrire le processus d'ionisation. Notons  $\kappa_\lambda^i$  l'opacité issue des processus (i) et (iii), alors on peut montrer que [5, 55]

$$\kappa_\lambda^i[T(t)] = \frac{16\pi^2}{3\sqrt{3}} \frac{e^6 k_B T n}{(4\pi\epsilon_0)^3 h^4 c^4} \lambda^3 \exp\left(-\frac{E_i - hc/\max\{\lambda, \lambda_1\}}{k_B T}\right), \quad (5.7)$$

où  $e$  est la charge de l'électron et  $\epsilon_0$  la constante diélectrique du vide. La contribution du processus (ii), notée  $\kappa_\lambda^0$ , s'écrit [55, 8]

$$\kappa_\lambda^0[T(t)] = \frac{e^2}{\pi\epsilon_0} \frac{(2k_B T)^{9/4} n^{3/2}}{h^{3/2} c^3 m_e^{3/4} \pi^{3/4}} \lambda^2 \left(c_t + \frac{d_t}{3k_B T}\right) \exp\left(-\frac{E_i}{2k_B T}\right), \quad (5.8)$$

où  $m_e$  est la masse de l'électron, et  $c_t$  et  $d_r$  sont des coefficients de transport associés au système électron-atome [5, 56]. L'opacité totale s'obtient donc par

$$\kappa_\lambda[T(t)] = \kappa_\lambda^i[T(t)] + \kappa_\lambda^0[T(t)]. \quad (5.9)$$

Utilisant l'Eq. (5.9) dans l'Eq. (5.4) on peut prédire la durée et l'amplitude de l'impulsion lumineuse de la bulle de SBSL. Le résultat est présenté dans la Fig. 5.4, qui est à comparer avec la prédiction du modèle du corps noir de la Fig. 5.1 et les mesures expérimentales de la Fig. 5.2.

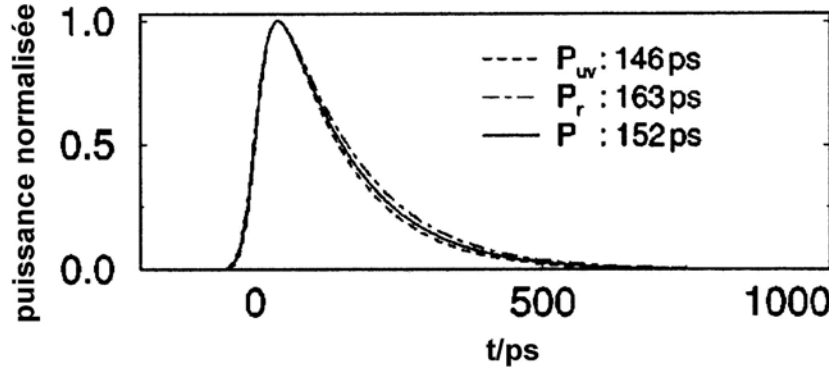


FIG. 5.4 – Prédiction de l'impulsion lumineuse (normalisée) selon le modèle de la Fig. 3.4 avec émission thermique volumique décrite par les Eqs. (5.4) et (5.9). Les paramètres sont  $P_a = 1.3$  atm,  $f = 20$  kHz, et  $R_0 = 6\mu\text{m}$ . La légende est identique à celle de la Fig. 5.1. Contrairement au modèle du corps noir, on constate à présent la quasi indépendance de la largeur de l'impulsion lumineuse (de l'ordre de 150 ps, comparable aux 200 ps de la Fig. 5.2) en fonction de la longueur d'onde. De plus, on peut montrer que l'intensité lumineuse est d'un ordre de grandeur inférieure à celle du modèle du corps noir [5]. Ces constatations sont en accord avec les expériences (cf. Fig. 5.2). Figure tirée de [8].

La modélisation de l'opacité de la bulle permet de reproduire l'indépendance de la durée de l'impulsion lumineuse en fonction de la longueur d'onde. Ceci s'explique par la dépendance exponentielle de l'opacité (5.9) en fonction de la température : dès que la température commence de diminuer après l'effondrement de Rayleigh, l'opacité diminue de façon exponentielle et la puissance émise [cf. Eq. (5.5)] tend rapidement vers zéro, indépendamment de la longueur d'onde. Ce même mécanisme explique la durée plus courte de l'impulsion.

L'énergie du premier état excité diffère selon le type de gaz rare. Par exemple, pour du xénon on a  $E_1 \simeq 12.1$  eV, à comparer aux 15.8 eV de l'argon. Dans l'hypothèse qui consiste à approximer l'énergie d'ionisation par celle du premier état excité, l'intensité de l'émission est plus grande pour du xénon que pour de l'argon. Cette prédiction a été confirmée expérimentalement pour plusieurs gaz rares [57]. On observe aussi une plus grande intensité lumineuse proche de la longueur d'onde  $\lambda_1 = hc/E_1$  du premier niveau excité, correspondant au processus d'ionisation (iii) de l'atome et en accord avec notre modélisation.

La dépendance exponentielle de la radiance spectrale en fonction de la température est une source importante d'incertitudes pour la prédiction théorique. En effet, comme exposé dans la Sec. 3.2 la température prédite dépend sensiblement du modèle adopté, et ne peut être mesurée directement.

### 5.3 Autres effets

Le bon accord du modèle d'émission volumique thermique avec les expériences n'est pas une condition suffisante pour établir quels sont les phénomènes physiques les plus pertinents. En effet, d'autres mécanismes physiques négligés pourraient être la source de larges déviations qui se compensent mutuellement.

1. Un premier effet est lié à la dynamique de la bulle. Il est admis lors de l'effondrement de Rayleigh que la loi de température du gaz est d'abord isotherme, pour ensuite en  $t = t_c$  devenir adiabatique. Le choix de  $t_c$  ainsi que la modélisation (discontinue ou continue) du passage isotherme vers adiabatique a une grande influence sur la durée de l'émission lumineuse ainsi que sur son intensité. En effet, la température du gaz commence à augmenter seulement dans le régime adiabatique. Une étude quantitative et systématique pour palier à cette imprécision n'a actuellement pas été réalisée.
2. Nous avons vu dans la Sec. 3.2.3 que la prise en compte de la vapeur d'eau diminue sensiblement la température maximale atteinte. Par conséquent le degré d'ionisation et donc l'intensité lumineuse sont très sensibles à l'existence de vapeur d'eau.
3. Lors de l'effondrement de Rayleigh, les hautes températures atteintes sont telles que la vapeur d'eau se dissocie (dans un second temps, c'est-à-dire après avoir formé des radicaux OH et H par réactions endothermiques) en oxygène et hydrogène. Or ces deux éléments ont un seuil d'ionisation de l'ordre de 13.6 eV. Ce seuil est sensiblement inférieur à celui de certains gaz rares ( $E_i^{\text{He}} \simeq 24.6$  eV,  $E_i^{\text{Ne}} \simeq 21.6$  eV). Par conséquent l'émission lumineuse de bulles d'hélium ou de néon est dominée par les produits de dissociation O et H de la vapeur d'eau [8]<sup>6</sup>.

---

<sup>6</sup>Bien que l'énergie d'ionisation de l'argon  $E_i^{\text{Ar}} \simeq 15.8$  eV soit supérieure à celle de l'oxygène et de l'hélium, l'abondance d'argon dans une bulle de SBSL lors de l'effondrement maximal est de l'ordre de 100 fois supérieure à celle de la vapeur d'eau donc l'émission lumineuse est dominée par la contribution du gaz rare.

4. La prédiction de la température maximale (donc de l'intensité lumineuse qui en dépend exponentiellement) se heurte à la grande sensibilité des modèles. L'inclusion de réactions chimiques diminue sensiblement cette température. Par contre, les taux de réaction sont mal connus et cette imprécision peut avoir un impact maximum d'environ 50% sur la prédiction [58].
5. Nous avons mentionné dans la Sec. 3.2.2 l'effet de ségrégation des espèces chimiques à l'intérieur de la bulle. La densité des espèces plus légères est supérieure proche du bord. Ceci facilite la condensation de l'eau (car la condensation est limitée par la diffusion, cf. Sec. 3.2.3), donc diminue la densité de vapeur d'eau et le nombre de réactions endothermiques, d'où une température maximale plus élevée.
6. Lors de l'effondrement, la grande densité de particules devient de l'ordre de  $10^{28}$  particules par  $\text{m}^3$ . Sous ces conditions il est probable que l'équation de Saha menant aux Eqs. (5.6), (5.7), et (5.8) devienne imprécise dû aux contributions à plusieurs corps qui deviennent non négligeables [5].



# Chapitre 6

## Conclusions

Nous avons vu que la sonoluminescence à bulle unique fait appel à une grande quantité de phénomènes physiques “issus” de différents domaines : l’hydrodynamique classique (dynamique de la bulle et stabilité géométrique, acoustique et ondes de pression), théorie du transport (évaporation et condensation du gaz), chimie (réactions de dissociation et de recombinaison), thermodynamique (flux de chaleur à l’interface, équations d’état), théorie de l’interaction matière-lumière (absorption et émission de photons dans les plasmas). Cette diversité est une conséquence des conditions physiques extrêmes atteintes lors de l’effondrement.

En résumé, la sonoluminescence à bulle unique est issue d’un processus thermique. Un volume de gaz est comprimé à des densités de l’ordre de celles de l’état solide, et à des températures de l’ordre de 10’000 K. La petite taille du volume est telle que ce dernier est transparent à ses propres photons, d’où l’émission lumineuse avec les caractéristiques connues.

### 6.1 Cycle d’oscillation

Cette section a pour but d’offrir une vision globale des phénomènes physiques présentés en les replaçant dans le contexte d’un cycle d’oscillation de la bulle de SBSL. Les points ci-dessous se rapportent aux différentes étapes de la Fig. 6.1.

1. *Phase d’expansion.* Le signe de la pression de forçage étant négatif, la taille de la bulle augmente. La pression à l’intérieure de la bulle est inférieure à la pression de vapeur de l’eau, le flux de molécules d’eau qui s’évaporent à la paroi est nettement supérieur à celui des molécules de gaz se condensant.
2. *Rayon maximal.* Le signe de la pression de forçage devient positif, et donc l’expansion de la bulle ralentit pour amorcer la phase de contraction. Le gaz est formé à 90% de vapeur d’eau, le reste étant de l’argon. Le rayon maximal est de l’ordre de  $50\mu\text{m}$ .
3. *Effondrement de Rayleigh.* La bulle s’effondre inertiuellement sans que pour l’instant les phénomènes extrêmes ne jouent de rôle significatif dans la dynamique du rayon. La vapeur d’eau se condense sur les parois, et la concentration s’argon devient dominante.
4. *Paroi imperméable au flux de matière.* Environ 50 ns avant l’effondrement maximum, l’échelle de temps de la dynamique de la paroi devient inférieure à l’échelle de temps de la diffusion (rappelons que la condensation est limitée par la diffusion). La

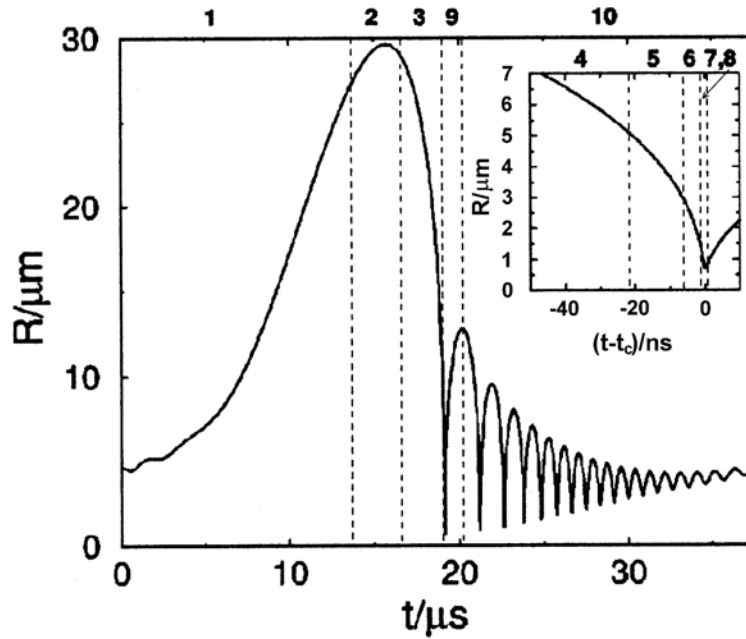


FIG. 6.1 – Rayon d’une bulle de SBSL en fonction du temps pour  $P_a = 1.2$  atm,  $f = 26.5$  kHz,  $R_0 = 4.5\mu\text{m}$ . Les intervalles temporels numérotés se réfèrent à différentes étapes décrites dans le texte.  $t_c$  est le temps pour lequel le rayon est minimum. Figure tirée de [5].

vapeur d’eau ne peut donc plus condenser et reste piégée à l’intérieur de la bulle. La température n’est que d’environ 500 K. La dynamique est donc souvent considérée isotherme en première approximation.

5. *Compression adiabatique.* L’accélération de la paroi est telle que la chaleur ne peut plus s’échapper de la bulle. Il y a alors compression adiabatique.
6. *Réactions de dissociation.* Une dizaine de nanosecondes plus tard seulement, la température est déjà de l’ordre de 4’000 K. La vapeur d’eau se dissocie alors par réactions endothermiques en radicaux OH et H. Cette dissipation d’énergie ralentit l’augmentation de température.
7. *Début de l’émission lumineuse.* Environ 100 ps avant que le rayon minimal ne soit atteint, la température est de l’ordre de 10’000 K. L’argon est alors ionisé (ainsi que les atomes O et H) pour émettre des électrons. Ces derniers interagissent avec les ions  $\text{Ar}^+$  (rayonnement de freinage et photoionisation) et les atomes neutres Ar (rayonnement de freinage neutre) pour émettre du rayonnement électromagnétique : c’est la sonoluminescence.
8. *Compression maximale.* La bulle décélère et génère des perturbations géométriques de l’interface (instabilités de Rayleigh-Taylor). La bulle perd une grande partie de son énergie sous la forme d’une onde de pression émise dans le liquide environnant. L’intensité lumineuse émise est maximale. Le rayon est de l’ordre du  $\mu\text{m}$ .
9. *Réexpansion.* L’instabilité de Rayleigh-Taylor devient plus grande. Environ 90% de l’énergie de la bulle aura été dissipée par l’onde de pression émise. Par conséquent, la température commence à diminuer et donc l’émission lumineuse (dont la dépendance de l’intensité en fonction de la température est exponentielle) cesse. La durée de



l'émission aura été d'environ 200 ps. Les flux de chaleur puis de matière à travers la surface redeviennent non nuls.

10. *Rebonds.* Le rayon de la bulle subit des oscillations d'amplitude décroissante. Les températures atteintes lors de ces rebonds sont largement insuffisantes pour générer une émission lumineuse. Des instabilités paramétriques peuvent se manifester. Enfin, la taille de la bulle recommence à augmenter plus significativement comme au point 1.

## 6.2 Applications

Il n'existe à ce jour aucune application industrielle de la SBSL. Il semble improbable que la lumière émise par la SBSL puisse un jour être exploitée, car l'énergie dissipée de cette façon est d'environ  $10^4$  fois inférieure à l'énergie totale de la bulle lors de l'effondrement. L'intérêt principal de la SBSL réside dans la possibilité de contrôler et répéter un nombre indéterminé de fois un processus complexe pour le comprendre et le modéliser. En ce qui concerne les applications, il est plus réaliste de se tourner vers la sonoluminescence à plusieurs bulles et la cavitation.

Par exemple, la sonoluminescence est utilisée pour exciter des molécules fluorescentes permettant d'atteindre des intensités supérieures (sonophotoluminescence) [59].

La sonochimie acoustique consiste à favoriser ou inhiber des réactions chimiques où l'onde de pression agit comme un catalyseur. Les pressions et températures ainsi atteintes par la bulle durant l'effondrement permettent d'obtenir des réactions chimiques durant de très courts intervalles temporels [60].

La cavitation sert aussi à nettoyer des surfaces métalliques de leurs impuretés [61].

Le diagnostic aux ultrasons est utilisé en médecine. L'implosion d'une bulle dans les tissus crée une onde de pression dont l'atténuation permet d'obtenir une image des tissus environnants et de leur état [62]. D'autre part, l'implosion de bulles à proximité de cellules vivantes permet de favoriser la pénétration de médicaments ou de gènes sans endommager la cellule [63].

Mentionnons en plus de détail deux applications proches de la SBSL.

### 6.2.1 La shrimpoluminescence

La crevette de l'espèce *alpheus heterochaelis* (d'une longueur d'environ 5.5 cm) se caractérise par une pince sensiblement plus grande (qui peut atteindre 2.8 cm de long) que l'autre. Cette espèce est capable de produire un bruit sec de claquement en refermant rapidement cette pince. Ces crustacés vivent en banc, et le bruit total dû à ces claquements peut atteindre 210 dB [64]. Ce bruit n'est pas causé par le choc entre les deux parties de la pince, mais par cavitation.

Lorsque la pince se referme rapidement, un jet d'eau est émis à une vitesse (environ 32 m/s) telle que la pression environnante descend en-dessous de la pression de vapeur du liquide. Les microbulles contenues dans l'eau près de la pince grandissent rapidement (le rayon croît à une vitesse d'environ 9 m/s pour atteindre au maximum 3.6 mm), sont éjectées par le jet loin de la pince où la pression augmente, et s'effondrent rapidement (en un temps de l'ordre de  $300\mu\text{s}$ ). De plus, des rebonds du rayon sont observés, la bulle étant finalement détruite par instabilité de Rayleigh-Taylor [65]. Plus étonnant encore, lorsque le rayon minimal est atteint une très brève (inférieure à 10 ns) et faible impulsion lumineuse (indécélable à l'oeil nu, soit environ  $10^4$  photons contre  $10^6$  photons pour la

SBSL) est émise [66]. La température maximale atteinte dans la bulle est estimée à environ 5'000 K [67]. Ces observations ne sont pas sans rappeler la SBSL, à la différence que le phénomène n'est pas reproductible et la bulle détruite. Cette émission lumineuse a été baptisé «shrimpoluminescence». La Fig. 6.2 montre la formation et l'effondrement d'une telle bulle.

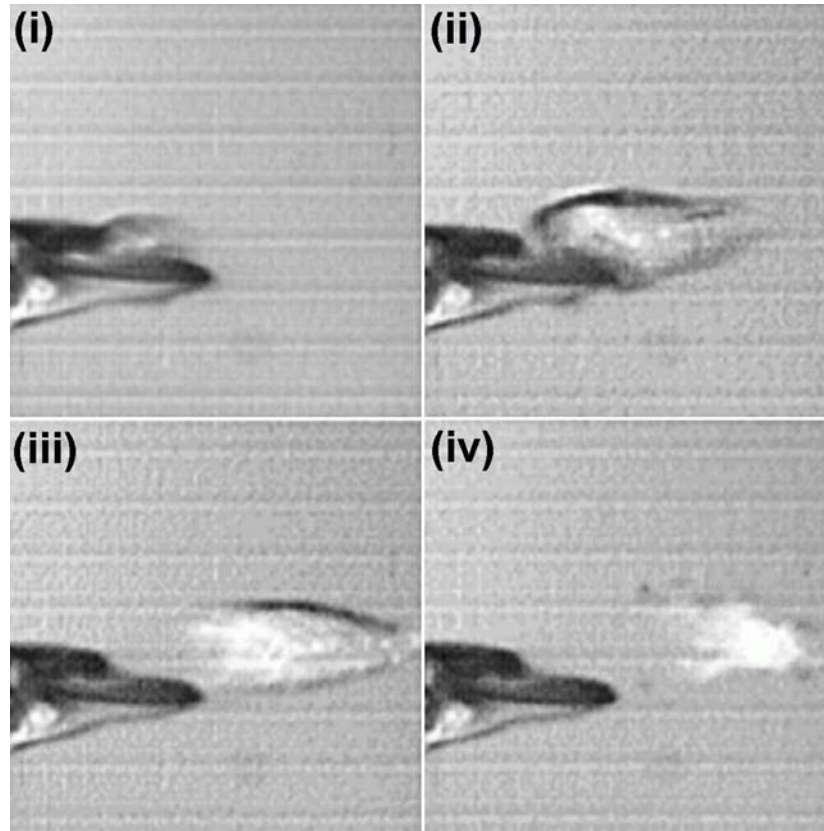


FIG. 6.2 – Vue de profil de la pince d'une crevette de l'espèce *alpheus heterochaelis* générant une bulle sonoluminescente. (i) formation de la bulle cavitante à partir de microbulles lors de la fermeture même de la pince. (ii) et (iii) transport de la bulle à environ 32 m/s. (iv) effondrement de la bulle et dissipation de la majeure partie de l'énergie par émission d'une onde de pression. Figure tirée de [66].

Lors de l'effondrement de la bulle, la majeure partie de l'énergie est dissipée par la création d'une onde de pression. Cette dernière suffit alors à assommer ou même tuer les proies dans le voisinage immédiat de la crevette.

## 6.2.2 Le débat de la fusion nucléaire par cavitation acoustique

Cette application de la SBSL pourrait avoir des conséquences hautement intéressantes en énergétique, mais la validité des expériences est actuellement sujette à controverse.

Un groupe d'expérimentateurs affirme avoir réussi à obtenir des réactions de fusion nucléaire basées sur un dispositif de SBSL (sonofusion) [68, 69]<sup>1</sup>. Le liquide utilisé dans

<sup>1</sup>A ne pas confondre avec la controverse sur la fusion froide en 1989.

le bocal est de l'acétone  $[(\text{CH}_3)_2\text{-CO}]$  deutérisé (les atomes d'hydrogène sont remplacés par du deutérium). Ce liquide est alors bombardé de neutrons de 14 MeV produisant des microbulles dont la taille peut être modulée par une onde de pression acoustique. Le rayon maximal de ce type de bulles est de l'ordre de 1 mm (environ 20 fois plus qu'avec de l'eau). Lors de l'effondrement, les auteurs affirment atteindre des températures de l'ordre de  $10^8$  K, permettant la fusion de deux atomes de deutérium. La mesure de l'énergie des neutrons en excès produits par la réaction permettrait de conclure sur l'existence et le type de réactions nucléaires<sup>2</sup>.

La parution de cet article a suscité de vives réactions, controverses, et scepticisme [70]. Il semble néanmoins peu probable qu'une réaction de fusion ait bien eu lieu [70, 36]. La rigueur scientifique des mesures expérimentales est remise en question, et d'autres groupes d'expérimentateurs ont essayé, sans succès, de reproduire l'expérience. Un argument théorique qualitatif en défaveur d'une réaction de fusion est le suivant.

Nous avons vu que la quantité de vapeur d'eau (resp. d'acétone) dans une bulle limite la température maximale qu'il est possible d'atteindre. Or la quantité de vapeur à l'intérieur de la bulle est d'autant plus grande que la pression de vapeur du liquide est élevée (le liquide subit une transition de phase gazeuse si la pression est inférieure à la pression de vapeur). Par conséquent, on en déduit que plus la pression de vapeur du liquide est élevée, plus la température maximale est faible. Or l'acétone a une pression de vapeur 10 fois supérieure à celle de l'eau, donc il semble improbable que la température puisse dépasser de 4 ordres de grandeur la température atteinte dans l'eau.

### 6.3 Questions ouvertes

La modélisation des phénomènes de la description qualitative de la Sec. 6.1 peut être raffinée. Comme mentionné dans la Sec. 5.3, plusieurs autres effets (passage de la compression isotherme à adiabatique, rôle de la vapeur d'eau ionisée, interactions lumière-matière à haute densité) peuvent jouer un rôle important dont les effets conjoints sur les observables peuvent se compenser réciproquement. Les mesures expérimentales permettant de mieux préciser les phénomènes physiques clefs restent encore à produire.

---

<sup>2</sup>Mentionnons que les auteurs de l'expérience initiale ont récemment refait des mesures basées sur un appareillage plus précis et qui confirment les résultats initiaux [6].



# Bibliographie

- [1] C.E. Brennen, *Cavitation and Bubble Dynamics* (Oxford University Press, Oxford, 1995).
- [2] H. Frenzel et H. Schultes, *Z. Phys. Chem. Abt. B* **27B**, 421 (1934).
- [3] D.F. Gaitan, Ph.D. thesis, The University of Mississippi (unpublished,1990).
- [4] D.F. Gaitan, L.A. Crum, C.C. Church, et R.A. Roy, *J. Acoust. Soc. Am.* **91**, 3166 (1992).
- [5] M.P. Brenner, S. Hilgenfeldt, et D. Lohse, *Rev. Mod. Phys.* **74**, 425 (2002).
- [6] R.P. Taleyarkhan, J.S. Cho, C.D. West, R.T. Lahey, Jr., R.I. Nigmatulin, et R.C. Block, *Phys. Rev. E* **69**, 036109 (2004).
- [7] C.C. Wu et P. Roberts, *Proc. R. Soc. London A* **445**, 323 (1994).
- [8] S. Hilgenfeldt, S. Grossmann, et D. Lohse, *Phys. Fluids*. **11**, 1318 (1999).
- [9] Voir p.ex. <http://www.physik3.gwdg.de/~rgeisle/nld/sbs1-howto.html>
- [10] S.M. Webb et N.J. Mason, *Eur. J. Phys.* **25**, 101 (2004).
- [11] J.W. Strutt (Lord Rayleigh), *Philos. Mag.* **34**, 94 (1917).
- [12] J.S. Dam, M.T. Levinsen, et M. Skogstad, *Phys. Rev. E* **67**, 026303 (2003).
- [13] A. Prosperetti, L.A. Crum, et K.W. Commander, *J. Acoust. Soc. Am.* **83**, 502 (1988).
- [14] R. Löfstedt, B.P. Barber, et S.J. Putterman, *Phys. Fluids A* **5**,2911 (1993).
- [15] V. Kamath, A. Prosperetti, et F.N. Egolfopoulos, *J. Acoust. Soc. Am.* **94**, 248 (1993).
- [16] A. Prosperetti et Y. Hao, *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* **357**, 203 (1999).
- [17] M.S. Plesset et A. Prosperetti, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **9**, 145 (1977).
- [18] J.B. Keller et I.I. Kolodner, *J. Appl. Phys.* **27**, 1152 (1956).
- [19] J.B. Keller et M.J. Miksis, *J. Acoust. Soc. Am.* **68**, 628 (1980).
- [20] A. Prosperetti et A. Lezzi, *J. Fluid. Mech.* **168**, 457 (1986).
- [21] R. Löfstedt, K. Wenninger, S. Putterman, et B.P. Barber, *Phys. Rev. E* **51**, 4400 (1995).
- [22] H. Lin, B.D. Storey, et A.J. Szeri, *J. Fluid. Mech.* **452**, 145 (2001).
- [23] H. Lin et B.D. Storey, *J. Fluid. Mech.* **531**, 161 (2001).
- [24] B.P. Barber, R. Hiller, K. Arisaka, H. Fetterman, et S. Putterman, *J. Acoust. Soc. Am.* **91**, 3061 (1992).
- [25] T.J. Matula, *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* **357**, 225 (1999).
- [26] B. Gompf et R. Pecha, *Phys. Rev. E* **61**, 5253 (2000).
- [27] R. Pecha et B. Gompf, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1328 (2000).

- [28] T.J. Matula, S.M. Cordry, R.A. Roy, et L.A. Crum, *J. Acoust. Soc. Am.* **102**, 1522 (1977).
- [29] C.C. Wu et P.H. Roberts, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 3424 (1993).
- [30] O. Baghdassarian, B. Tabbert, et G.A. Williams, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2437 (1999).
- [31] O. Baghdassarian, H.C. Chu, B. Tabbert, et G.A. Williams, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4934 (2001).
- [32] V.Q. Vuong et A.J. Szeri, *Phys. Fluids*. **8**, 2354 (1996).
- [33] B.D. Storey et A.J. Szeri, *J. Fluid. Mech.* **396**, 203 (1999).
- [34] B.D. Storey et A.J. Szeri, *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **456**, 1685 (2000).
- [35] S. Hilgenfeldt, D. Lohse, et M.P. Brenner, *Phys. Fluids* **8**, 2808 (1996).
- [36] S. Hilgenfeldt et D. Lohse, *La Recherche* **354**, 32 (2002).
- [37] S. Hilgenfeldt et D. Lohse, *La Recherche* **354**, 22 (2002).
- [38] D. Lohse, M.P. Brenner, T.F. Dupont, S. Hilgenfeldt, et B. Johnston, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1359 (1997).
- [39] J.A. Ketterling et R.E. Apfel, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 4991 (1998).
- [40] B.P. Barber, K. Weninger, R. Lofstedt, et S. Putterman, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 5276 (1995).
- [41] A.K. Evans, *Phys. Rev. E* **54**, 5004 (1996).
- [42] A. Prosperetti, *Q. Appl. Math.* **34**, 339 (1977).
- [43] A.H. Nayfeh et D.T. Mook, *Nonlinear Oscillations* (John Wiley & Sons, New York, 1979).
- [44] U.H. Augsdörfer, A.K. Evans, et D.P. Oxley, *Phys. Rev. E* **61**, 5278 (2000).
- [45] E. Meyer et H. Kuttruff, *Z. Angew. Phys.* **11**, 325 (1959).
- [46] K.S. Suslick, *Science* **247**, 1439 (1990).
- [47] J. Schwinger, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **89**, 11 118 (1992).
- [48] N. Garcia, A.P. Levanyuk, et V.V. Osipov, *JETP Lett.* **70**, 431 (1999).
- [49] A. Prosperetti, *J. Acoust. Soc. Am.* **101**, 2003 (1997).
- [50] N.K. Bourne et J.E. Field, *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **435**, 423 (1991).
- [51] B. Gompf, R. Gunther, G. Nick, R. Pecha, et W. Eisenmenger, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 1405 (1997).
- [52] W.C. Moss, D.B. Clarke, et D.A. Young, *Science* **276**, 1398 (1997).
- [53] R. Siegel et J.R. Howell, *Thermal Radiation Heat Transfer* (McGraw-Hill, New York, 1972).
- [54] S. Hilgenfeldt, S. Grossmann, et D. Lohse, *Nature* **398**, 402 (1999).
- [55] Y.B. Zel'dovich et Y.P. Raizer, *Physics of Shock Waves and High-Temperature Hydrodynamic Phenomena*, Vol. I et II (Academic, New York, 1966).
- [56] S.C. Brown, *Basic Data of Plasma Physics* (MIT, Cambridge, MA, 1966).
- [57] B.P. Barber, R.A. Hiller, R. Löfstedt, S.J. Putterman, et K.R. Weninger, *Phys. Rep.* **281**, 65 (1997).
- [58] R. Toegel, S. Hilgenfeldt, et D. Lohse, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 034301 (2002).
- [59] F. Gieser et M. Ashokkumar, *Adv. Colloid Interface Sci.* **89-90**, 423 (2001).
- [60] T.J. Mason et J.P. Mortimer, *Sonochemistry : Theory, Applications and Uses of Ultrasound in Chemistry* (Ellis Horwood, Chichester, UK, 1988).

- [61] T.G. Leighton, *The Acoustic Bubble* (Academic, London, 1994).
- [62] N. de Jong et L. Hoff, *Ultrasonics* **31**, 175 (1993).
- [63] K. Tachibana, T. Uchida, N. Yamashita, et K. Tamura, *Lancet* **353**, 1409 (1999).
- [64] B. Schmitz, dans *The Crustacean Nervous System*, Ed. K. Wiese (Springer-Verlag, Berlin, 2002).
- [65] M. Versluis, B. Schmitz, A. von der Heydt, et D. Lohse, *Science* **22**, 2114 (2000).
- [66] D. Lohse, B. Schmitz, et M. Versluis, *Nature* **413**, 477 (2001).
- [67] Voir <http://stilton.tnw.utwente.nl/shrimp>
- [68] R.P. Taleyarkhan, C.D. West, J.S. Cho, R.T. Lahey Jr., R.C. Block, et R. Nigmatulin, *J. Acoust. Soc. Am.* **112**, 2269 (2002).
- [69] R.P. Taleyarkhan, C.D. West, J.S. Cho, R.T. Lahey Jr., R.I. Nigmatulin, et R.C. Block, *Science* **295**, 1868 (2002).
- [70] C. Seife, *Science* **295**, 1808 (2002).