INTRODUCTION A LA METROLOGIE

Ingénieurs-Physiciens 1er sem.

EXERCICES, CALCULS D'ERREURS.

le 22 octobre 1996

1. On veut déterminer la résistivité électrique ρ d'un matériau nouveau. Pour cela, on mesure la résistance électrique d'un fil de diamétre d et de longueur l, appliquant la loi d'Ohm:

$$U = R\,I \qquad \text{avec} \qquad R = \rho\, l/S \qquad \Rightarrow \quad U = \rho \cdot \frac{L}{S} \cdot I \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{U \cdot S}{L \cdot I}$$

où I est le courant qui traverse le fil, U la tension électrique, S la section du fil.

$$S = \left(\tfrac{1}{2} d\right)^2 \cdot \pi$$

$$S = \frac{d^2 \cdot \pi}{4}$$

a) Exprimer l'erreur sur ρ en fonction des erreurs faites sur les autres paramètres.

$$\Rightarrow \rho = \frac{U \cdot \pi \cdot d^2}{4 \cdot L \cdot I} = f$$

b) Application numérique: $U = 10\ \mu V \pm 0.2\ \mu V$

$I = 1\ A \pm 1\ mA$

$l = 10\ cm \pm 0.5\ mm$

$d = 1\ mm \pm 0.1\ mm$

$$\Delta\rho = \frac{df}{dU} \cdot \Delta U + \frac{df}{dd} \cdot \Delta d + \frac{df}{dL} \cdot \Delta L + \frac{dI}{dI} \cdot \Delta I$$

dérivées partielles.

Importance relative des erreurs?

2. On mesure la résistance électrique R d'une bobine et on obtient les valeurs suivantes:

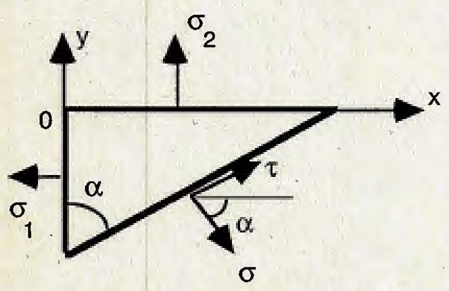
4.615	4.638	4.597	4.634	
4.613	4.623	4.659	4.623	[Ω]

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i \qquad s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{n}{n-1}} \cdot s \qquad \sigma_n = \sqrt{\frac{1}{n-1}} \cdot s$$

Calculer la valeur moyenne de R et sa variance $\cancel{\sigma}^2$ s. En déduire l'erreur (écart type $\cancel{s}$ σ) sur une mesure et l'erreur σ_n sur la moyenne des n mesures.

3. Les contraintes (// $\frac{F}{S}$) mécaniques normales σ et tangentielle τ sur une facette faisant un angle α avec l'axe Oy d'un échantillon soumis aux contraintes normales σ_1 et σ_2 selon Ox et Oy respectivement, valent:



$$\sigma = \sigma_1 \cos^2\alpha + \sigma_2 \sin^2\alpha \quad = f$$

$$\tau = 1/2\ (\sigma_2 - \sigma_1) \sin 2\alpha \quad = g$$

On demande $\Delta\sigma$ et $\Delta\tau$ en fonction de $\Delta\sigma_1$, $\Delta\sigma_2$ et $\Delta\alpha$.

$$\Delta\sigma = \frac{df}{d\sigma_1} \cdot \Delta\sigma_1 + \frac{df}{d\sigma_2} \cdot \Delta\sigma_2 + \frac{df}{d\alpha} \cdot \Delta\alpha$$

$$\Delta\tau = \frac{dg}{d\sigma_1} \cdot \Delta\sigma_1 + \frac{dg}{d\sigma_2} \cdot \Delta\sigma_2 + \frac{dg}{d\alpha} \cdot \Delta\alpha$$

4. Un corps noir rayonne, par unité de surface, la puissance:

$$W = \sigma T^4 \qquad \text{(Loi de Stefan-Boltzmann)}$$

avec $\sigma = 5.67\ 10^8\ W\ K^4 / m^2$

On aimerait vérifier cette loi par une expérience. On mesure alors la puissance rayonnée par un four au moyen d'un détecteur situés à une distance d du four et qui délivre une tension électrique V proportionnelle à la puissance thermique reçue, c'est-à-dire qu'on peut écrire:

$$V = C \sigma T^4 \qquad \text{où } C = \text{constante}$$

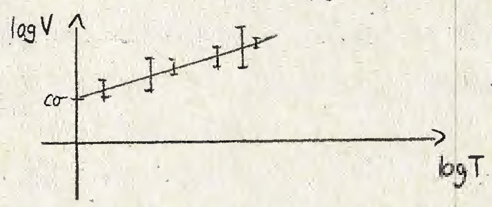
Comment exploiter les résultats des mesures ci-dessous? à l'aide d'un tableau log.

T [K] ± 1 K	V [mV] ± 0.1 mV
300	2
400	25
500	60
600	130
700	220
800	380
900	650
1000	950
1100	1200

$\log V = \log C\sigma + 4 \log T$ ⇒ sur un gfx log-log on a

$V = C\sigma + 4T$, pente $= 4$.

$h_0 = C\sigma$



5. On fait diffuser des impuretés dans un semiconducteur à diverses températures. La distance de pénétration d est donnée par: $d = \alpha\sqrt{Dt}$

où D = coefficient de diffusion et t temps de recuit à la température T.

$$D = D_0 e^{-\frac{E}{kT}}$$

E = énergie de diffusion
k = constante de Boltzmann

On aimerait connaître l'énergie de diffusion de l'impureté précitée. Pour cela, on mesure la longueur de diffusion après des recuits isochrones à diverses températures. On obtient:

T [K] ± 1 K	d [µm] ± 0.5 µm
300	2
400	4
450	6
500	10
600	25

$d = \alpha\sqrt{D_0 e^{-E/k.T} . t} = \alpha\left(D_0 e^{-E/k.t}\, t\right)^{1/2}$

$\ln d =$

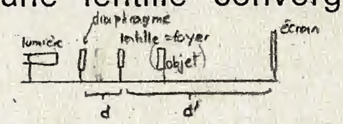
lentilles disponibles : 20, 50, 100 ...
-50, -100

INTRODUCTION A LA METROLOGIE

OPTIQUE GEOMETRIQUE

Travaux pratiques 1. 29 octobre 1996

1. Déterminer la distance focale d'une lentille convergente et d'une lentille divergente (méthode simple). 3 lignes



diverg : - mesurer image : x cm (en hauteur)
- obtenir le double avec la lentille

converg : - ajuste la lentille pour obtenir une image nette

2. Au moyen d'une lentille convergente, réaliser l'image d'un objet avec un agrandissement donné (par ex. 5 x, 6x, 7x,...)

a) Schéma du montage et calculs c.f. verso lentille, flèche, image inversée
↳ des rayons

b) Vérification expérimentale de la formule des lentilles avec calcul d'erreur.

3. Caractériser une lentille convergente et une lentille divergente au moyen des graphiques de Lissajous.

a) Connaissant la distance focale f, prédire graphiquement la distance d' (lentille-image) en fonction de la distance d (objet-lentille). Vérifier au moyen d'une lentille convergente.

b) Utiliser les graphiques de Lissajous pour déterminer la distance focale d'une lentille convergente, puis d'une lentille divergente.

4. Visualiser le comportement des rayons lumineux lors de leurs interactions avec divers éléments d'optique (dioptres) sur le modèle Leybold.

INTRODUCTION A LA METROLOGIE

OPTIQUE GEOMETRIQUE

Travaux pratiques 2. 5 novembre 1996

1. Construire des instruments d'optique à images réelles

2 instruments: a) téléobjectif (agr. 30x, 50x, 70x)

b) microscope à projection (agr. 40 à 60x)

Travail proposé: - dessin et calcul de l'instrument

- réalisation pratique et vérification des performances de l'instrument: - grandissement

- grossissement

- pouvoir séparateur (avec filtre rouge, λ = 650 nm)

Analyse des aberrations observées

2. Montage de l'interféromètre de Michelson et mesure de la longueur d'onde du laser. (λ = 650 nm - 700 nm)

ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

COURS DE METROLOGIE

Expérimentation avec les appareils de mesure
1ère partie

1) Mesure de la résistance interne d'une pile

a) mesurez la tension à vide et la tension sous charge ohmique de 10Ω, 100Ω et 1kΩ (résistances de puissance!) d'une pile de 1,5V, et mesurez la résistance des charges ohmiques utilisées,

b) calculer la résistance interne de la pile sous les différentes charges,

c) comparez les valeurs obtenues avec les différentes charges, et discutez les éventuelles différences observées,

d) calculez l'erreur de mesure sur la résistance interne à partir des erreurs de mesure sur les tensions et les résistances, en utilisant les caractéristiques du multimètre données dans le polycopié,

e) discuter les résultats obtenus pour ces calculs d'erreur (en utilisant le fait que les mesures ont été effectuées *avec le même voltmètre!*).

2) Mesure de la puissance dissipée dans une résistance

a) mesurez à l'aide des deux montages décrits dans le cours la puissance dissipée dans des résistances de 1kΩ, 10kΩ, 100kΩ et 1MΩ (boîte à décades de résistance) branchées sur une pile de 9V. Mesurez la tension à vide de la pile de 9V et les résistances utilisées.

b) calculez les puissances dissipées dans les 4 résistances à partir des mesures de la tension à vide de la pile et de la valeur des résistances, et calculez les erreurs de mesure sur ces puissances,

c) calculez les puissances dissipées dans les 4 résistances à partir des mesures de tension et de courant effectuées à l'aide des deux montages décrits dans le cours, et calculez les erreurs de mesure sur ces puissances,

d) comparez les trois valeurs de puissance obtenues pour les 4 charges, ainsi que leurs erreurs de mesure respectives, et discutez en détail la provenance d'éventuelles différences.

3) Utilisation du générateur de fonctions METEX

a) observez, sur l'oscillo analogique, la sortie du générateur de fonctions METEX, et essayez les différentes possibilités de ce générateur (forme de signal, fréquence, offset, symétrie, sweep lin et log, etc.),

b) mesurez à l'aide d'un voltmètre les tensions RMS de signaux sinusoïdaux, triangulaires et carrés à fréquence de ≈800 Hz, et comparez ces tensions RMS avec les valeurs théoriques calculées (cf. polycopié) à partir de la tension crête de ces signaux mesurée sur l'écran de l'oscillo,

c) tracez la courbe de réponse de la fréquence du signal en fonction de la tension de modulation VCF_{in} pour le générateur de fonctions METEX commuté sur la gamme de fréquence 10k (attention: la tension VCF_{in} ne doit pas dépasser 10V), en utilisant le fréquencemètre et la source de tension variable incorporés à l'appareil, ainsi qu'un voltmètre extérieur pour la mesure de VCF_{in} . On utilisera pour la tension VCF_{in} des pas de 0.1V dans le domaine [0V,1V] et des pas de 1V dans le domaine [1V,10V]. Discutez la linéarité de la réponse en utilisant la méthode de régression des moindres carrés.

p. V-7 : explications

ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

$T = \frac{1}{\nu}$

$\nu \cdot T = 1$

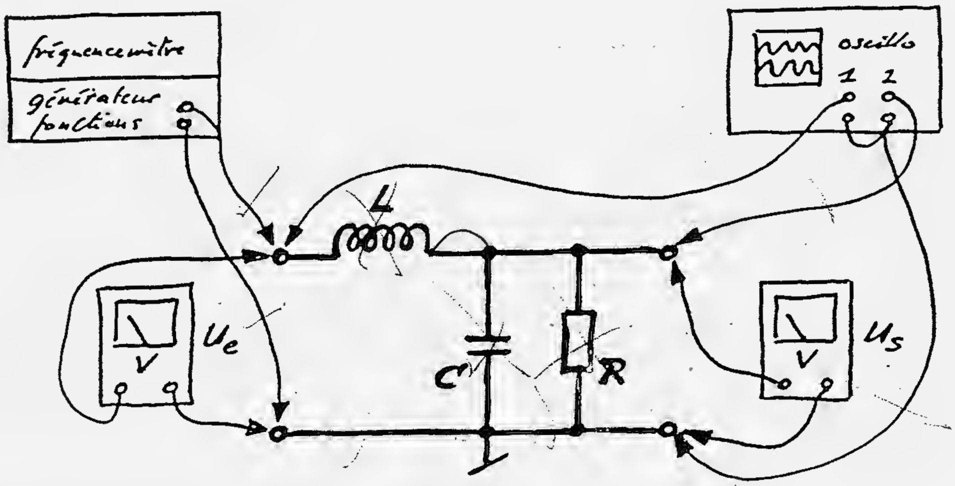
$\nu = \frac{1}{T}$

COURS DE METROLOGIE

Expérimentation sur les circuits électriques
1ère partie: circuits RCL linéaires

Montage d'un circuit RCL H: Henri F: Faraday

1) effectuez le montage suivant avec L=0,1 H et C=0,1 µF. La sortie du générateur de fonction doit être commutée sur impédance 50Ω, et sur gain -20 dB. Le trigger de l'oscilloscope doit être commuté sur "HF reject":



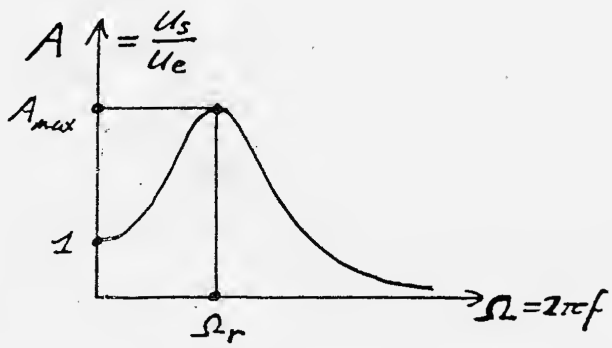
Réponse permanente

2) mesurez et calculez $A(\Omega)=u_s/u_e$ en oscillations forcées, en utilisant pour le signal d'entrée $u_e(t)$ un signal sinusoïdal de fréquence Ω comprise entre 100 Hz et quelques kHz, et d'amplitude fixe voisine de 200 mV, pour R= 1 MΩ, et reportez les résultats dans un diagramme de Bode.

3) démontrez les relations suivantes:

$$\boxed{\lambda = \Omega_r \sqrt{\frac{1}{2}\left[\sqrt{\frac{A_{max}^2}{A_{max}^2-1}} - 1\right]}}$$

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\Omega_r^2 + 2\lambda^2}}$$



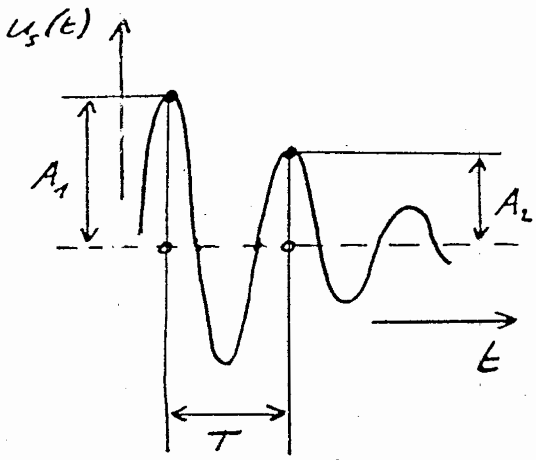
4) observez la résonance sur $A(\Omega)=u_s/u_e$ en oscillations forcées, en utilisant pour le signal d'entrée $u_e(t)$ un signal sinusoïdal de fréquence Ω comprise entre 100 Hz et quelques kHz, et d'amplitude fixe voisine de 200 mV, pour R= 1 MΩ, 100 kΩ, 10 kΩ, 5 kΩ, 2 kΩ, et 500 Ω. Pour chaque cas, mesurez avec les voltmètres et le fréquencemètre Ω_r et A_{max}, et calculez les grandeurs λ et ω_0.

Réponse transitoire

5) démontrez les relations suivantes:

$$\boxed{\lambda = \frac{1}{T}\ln\left(\frac{A_1}{A_2}\right)}$$

$$\boxed{\omega_0 = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 + \lambda^2}}$$



6) observez les oscillations libres amorties, en utilisant un signal d'entrée $u_e(t)$ de forme carrée, de fréquence Ω voisine de 10 Hz, et d'amplitude fixe voisine de 200 mV, pour R= 1 MΩ, 100 kΩ, 10 kΩ, 5 kΩ, 2 kΩ, et 500 Ω. Pour chaque cas, mesurez à l'oscilloscope la période T et deux amplitudes successives A_1 et A_2, et calculez les grandeurs λ et ω_0.

7) comparez les valeurs expérimentales de λ et ω_0, obtenues par les deux méthodes précédentes, avec les valeurs théoriques calculées pour les grandeurs R, C et L utilisées:

$$\boxed{\lambda = \frac{1}{2RC}} \quad \text{et} \quad \boxed{\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

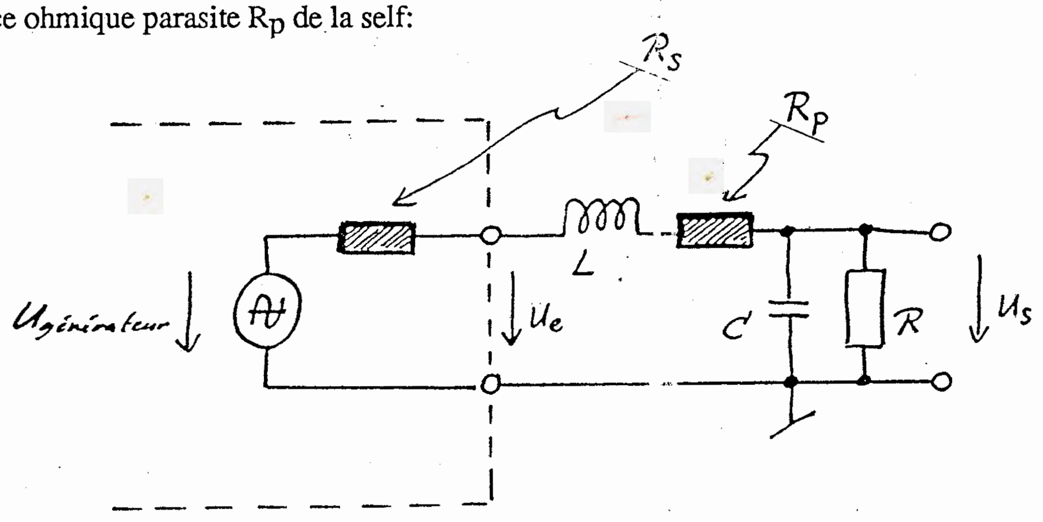
8) recherchez expérimentalement la valeur de résistance R qui assure un amortissement critique, et comparez cette valeur à la valeur théorique:

alors : $\lambda^2 = \omega_0^2$

$$R = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

fréqu. propre du circuit (ω_0)
= coefficient d'amortissement (λ)

9) discutez les différences trouvées entre résultats expérimentaux et résultats théoriques, sur la base du schéma équivalent réel suivant, tenant compte de la résistance de sortie R_s du générateur et de la résistance ohmique parasite R_p de la self:

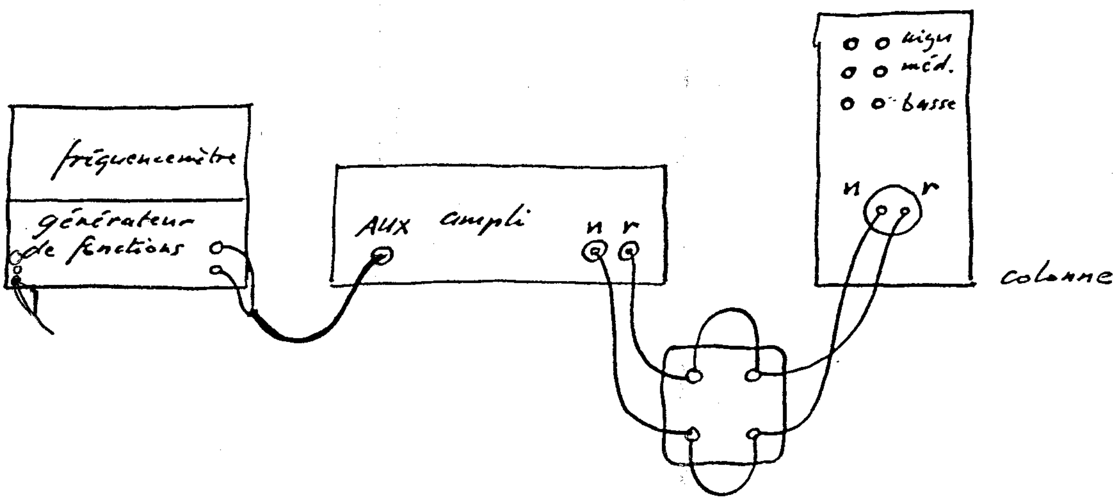


ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

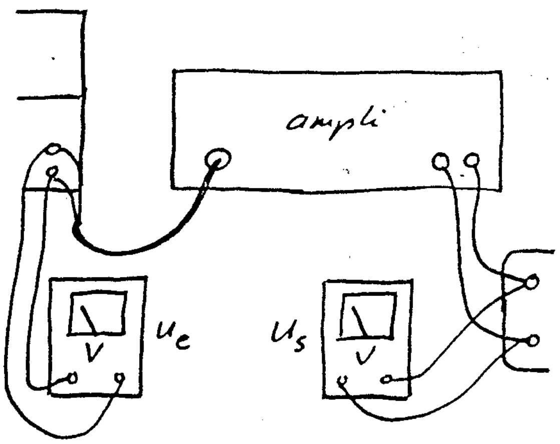
COURS DE METROLOGIE

Expérimentation sur les circuits électriques
2ème partie: réponses des dipôles et quadripôles

1) **<u>Effectuez le montage suivant:</u>** (sortie du générateur de fonction sur 600Ω et -20 dB)



2) **<u>Réponse d'un quadripôle: l'ampli HI-FI</u>**



Reportez dans un diagramme log-log (diagramme de Bode) ***le gain*** $|A|$ de l'ampli en fonction de la fréquence de l'entrée (signal sinusoïdal, 20 Hz à 20 kHz), pour les correcteurs physiologiques placés:

- au minimum
- au centre
- au maximum

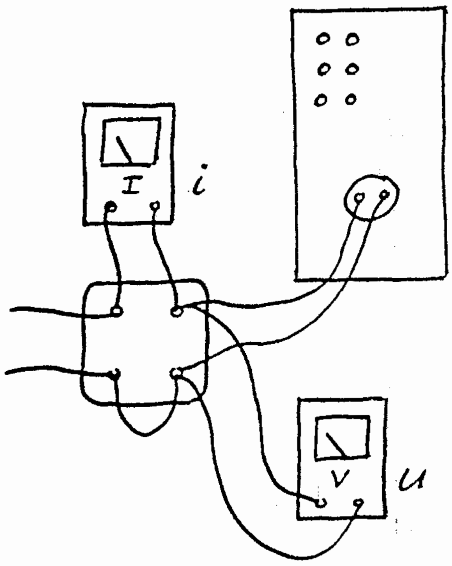
$(u_s(RMS) \cong u_e(RMS) \cong 100 \text{ mV})$

$$|A| = \frac{u_s(RMS)}{u_e(RMS)}$$

courants alternatifs : quotient des valeurs maximales (ou efficaces) de la tension à ses bornes et du courant qui le traverse.

$$Z = \frac{U}{I}$$

3) Impédance d'un dipôle: la colonne sonore



Reportez dans un diagramme lin-log ***l'impédance d'entrée*** $|Z_e|$ de la colonne en fonction de la fréquence (20 Hz à 20 kHz):

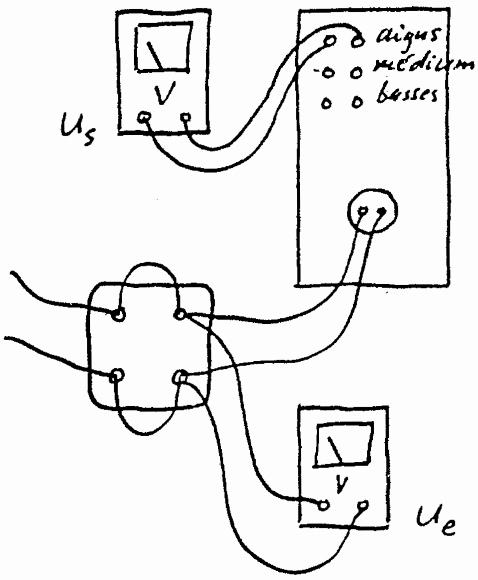
$(u(RMS) \cong 100 \text{ mV})$

$$|Z_e| = \frac{u(RMS)}{i(RMS)}$$

Qu'en pensez-vous?

permet d'aiguiller sur les circuits (haut-parleurs), en fonction de la fréquence, où le gain est maximum.

4) Filtres passifs: les filtres d'aiguille des colonnes



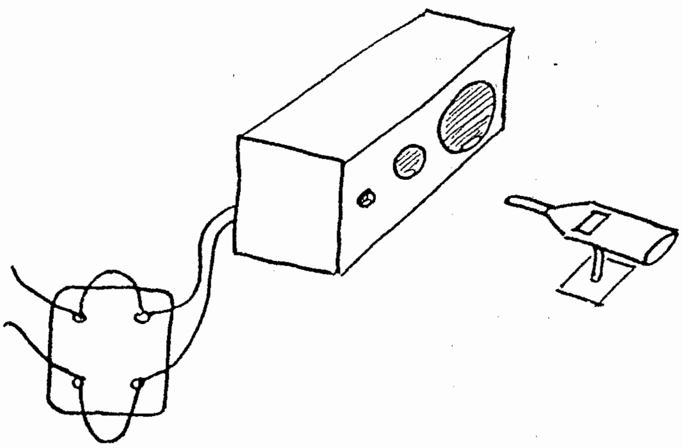
Reportez dans un diagramme log-log de Bode les 3 ***fonctions de transfert*** $|A|$ des filtres d'aiguille pour les haut-parleurs basse, médium et aigu, en fonction de la fréquence (20 Hz à 20 kHz):

$(u_e(RMS) \cong 200 \text{ mV})$

$$|A| = \frac{u_s(RMS)}{u_e(RMS)}$$

Sauriez-vous dessiner ces filtres?

5) Réponse acoustique: bande passante des colonnes



Reportez dans un diagramme lin-log ***la bande passante des colonnes en [dB]***, mesurée avec le sonomètre (branché sur LO range, S response et C weighting), en fonction de la fréquence (20 Hz à 20 kHz)
(Ajustez initialement le niveau sonore à 90 dB à 1 kHz)

Que penser de ces colonnes?

REGULATION DE TEMPERATURE

Travaux pratiques ~~8~~ 7 janvier 199~~6~~7

1. Montage du four et résistance platine Pt 100

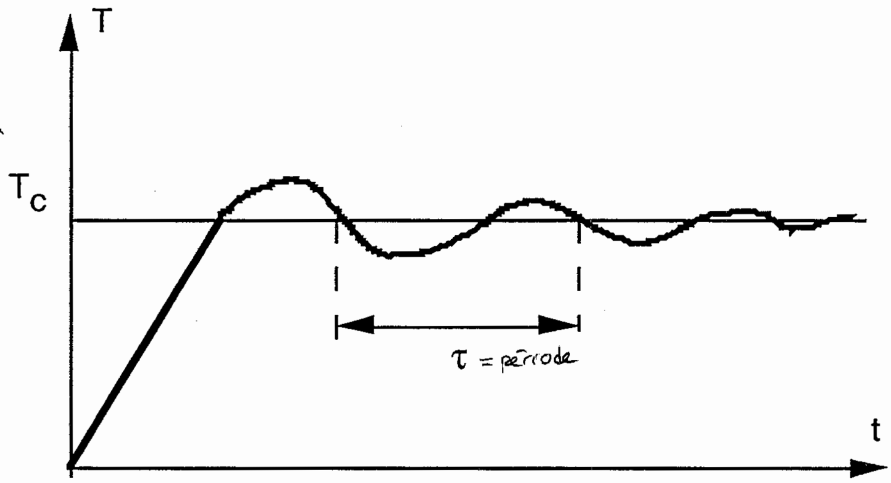
2. Répétition de "technique du vide"
   Faire le vide de l'enceinte et introduire 300 mbar He gaz

3. Câblage de la régulation de température

4. Recherche des paramètres PID (méthode de Ziegler-Nicholls)

   t_i et t_d sur OFF, on diminue Pb jusqu'à obtenir des oscillations
   (Pb = xP_1)
   Enregistreur W+W: - canal 1: sortie puissance de l'Eurotherm
   0 - 5 V <=> 0 - 100 % puissance

   - canal 2: température



Déduire les valeurs de Pb, t_i et t_d

Pb que l'on a trouvé

ex. PID => Pb = 1.67 xP_1
t_i = 0.5 τ
t_d = 0.12 τ → à lire sur le graphique puisque on connaît les échelles

5. Effectuer un petit programme thermique et vérifier que la régulation fonctionne bien (T suit la valeur de consigne T_c sans oscillations)
   Ex. Monter à 150 °C à 4 K/mn, palier de 5mn, descente à 2 K/mn

ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

COURS DE METROLOGIE

Expérimentation sur les transducteurs
1ère partie

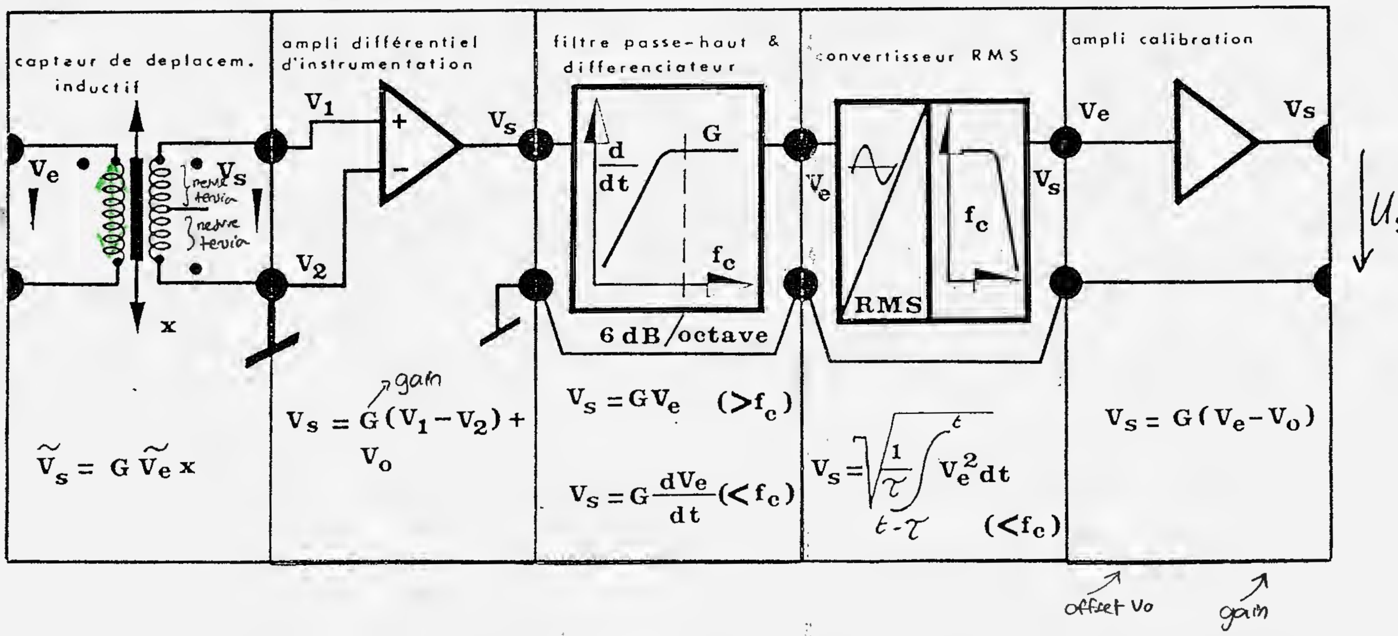
1) **Réalisation d'une balance digitale**

On construit une balance digitale sur la base d'un ***capteur inductif différentiel de déplacement*** mesurant ***la déformation d'un élément élastique*** soumis au poids à mesurer:

a) alimentez le capteur de déplacement inductif par le générateur de fonction, avec ***un signal sinusoïdal*** d'entrée V_e de fréquence 2,4 kHz et d'amplitude crête de 1 V.

$Z = \frac{U}{I}$

b) effectuez le montage du circuit électronique de mesure qui se compose d'***un ampli différentiel*** de gain 1 utilisé pour sa grande impédance d'entrée, suivi d'***un filtre passe-haut*** de gain -1 et de fréquence de coupure 1 Hz servant à éliminer la composante continue du signal, suivi d'***un convertisseur RMS*** pour la mesure de l'amplitude du signal (réglé avec τ = 25 ms et f_c = ∞), suivi finalement d'***un ampli de calibration*** servant à étalonner la balance: temps d'intégration



c) étalonnez la balance en règlant ***l'offset*** V_0 de l'ampli de calibration qui alimente le voltmètre de mesure de sorte que U_s = 0 V pour P = 0 kgf et ***le gain*** G de l'ampli de calibration de sorte que U_s = 0,2 V pour P = 2 kgf.

d) tracez la courbe de calibrage de 0 à 2 kgf, puis de 2 kgf à 0 kgf, par pas de 100 gf. Discutez ***la linéarité et l'hystérèse*** de la balance.

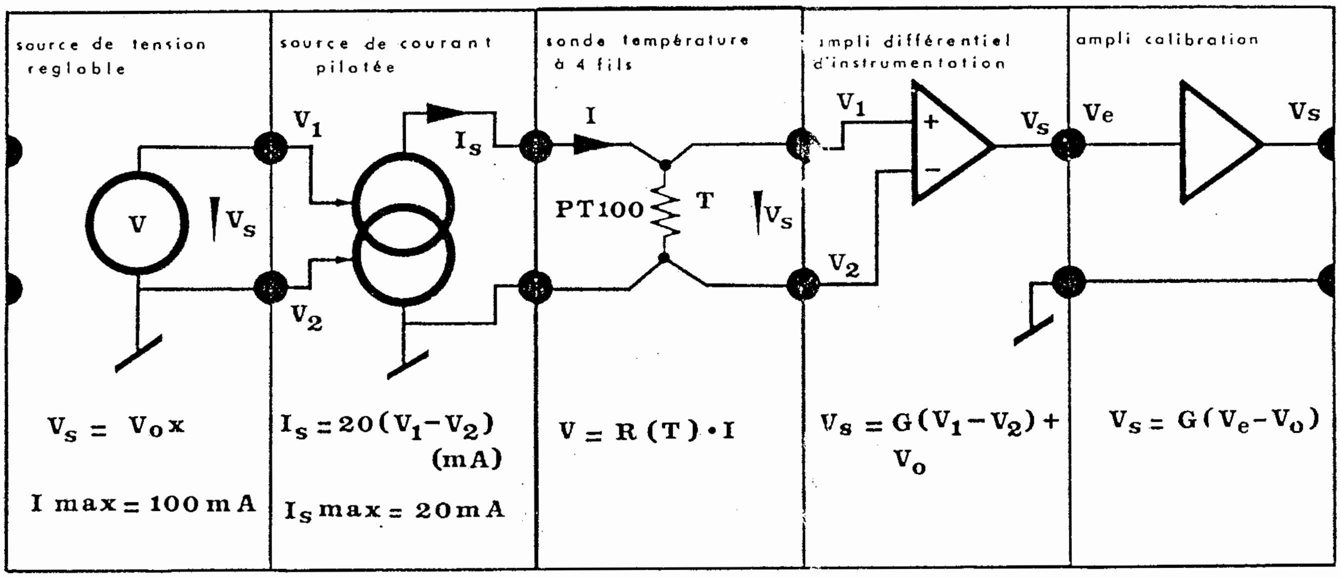
retard à la transition, décalage

2) Réalisation d'un thermomètre digital

On construit un thermomètre digital sur la base d'une ***sonde résistive au platine Pt 100*** avec un montage dit "à quatre fils".

a) alimentez la sonde platine Pt 100 par un courant constant I_s de 1 mA généré par ***une source de courant***, elle-même pilotée par ***une source de tension*** (V_0 = 1 V, V_s = 50 mV). Vérifiez la valeur de ce courant I_s constant à l'aide d'un ampèremètre.

b) effectuez le montage du circuit électronique de mesure qui se compose d'***un ampli différentiel*** de gain 10, d'offset V_0 égal à 0 V et de grande impédance d'entrée, suivi d'***un ampli de calibration*** servant à étalonner le thermomètre:



c) étalonnez le zéro du thermomètre en plongeant la sonde dans ***la glace fondante*** et en règlant l'offset V_0 de l'ampli de calibration de sorte que U_s = 0 V (T = 0°C).

d) étalonnez le gain du thermomètre en plongeant la sonde dans ***l'eau bouillante*** et en règlant le gain G de l'ampli de calibration de sorte que U_s = 980 mV (T = 98°C à la pression atmosphérique de Lausanne).

d) mesurez U_s pour la sonde platine plongée dans ***l'azote liquide*** (T = -196°C).

e) à l'aide des trois points mesurés, calculez les trois paramètres α, β et γ du polynôme d'extrapolation du deuxième degré permettant de mesurer la température dans la plage -200°C à +100°C:

$$T\left[{}^0C\right] = \alpha\, U_s + \beta\, U_s^2 + \gamma \quad \text{avec} \quad U_s\left[\,mV\,\right]$$

f) à l'aide des deux points mesurés à 0°C et 98°C, calculez les deux paramètres α' et γ' du polynôme d'extrapolation du premier degré permettant de mesurer la température dans la plage 0°C à +100°C:

$$T\left[{}^0C\right] = \alpha'\, U_s + \gamma' \quad \text{avec} \quad U_s\left[\,mV\,\right]$$

g) quel est l'écart maximum, en °C, entre les extrapolations linéaire et quadratique, entre -200°C et +100°C ? (erreur maximum de l'extrapolation linéaire).

ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

COURS DE METROLOGIE

Expérimentation sur les transducteurs
2ème partie

Réalisation d'une installation de traction (courbe de traction)

On construit une installation de traction sur la base d'un ***capteur de force à ponts de jauges***, d'un ***capteur de déplacement potentiométrique*** et d'un moteur électrique d'entraînement.

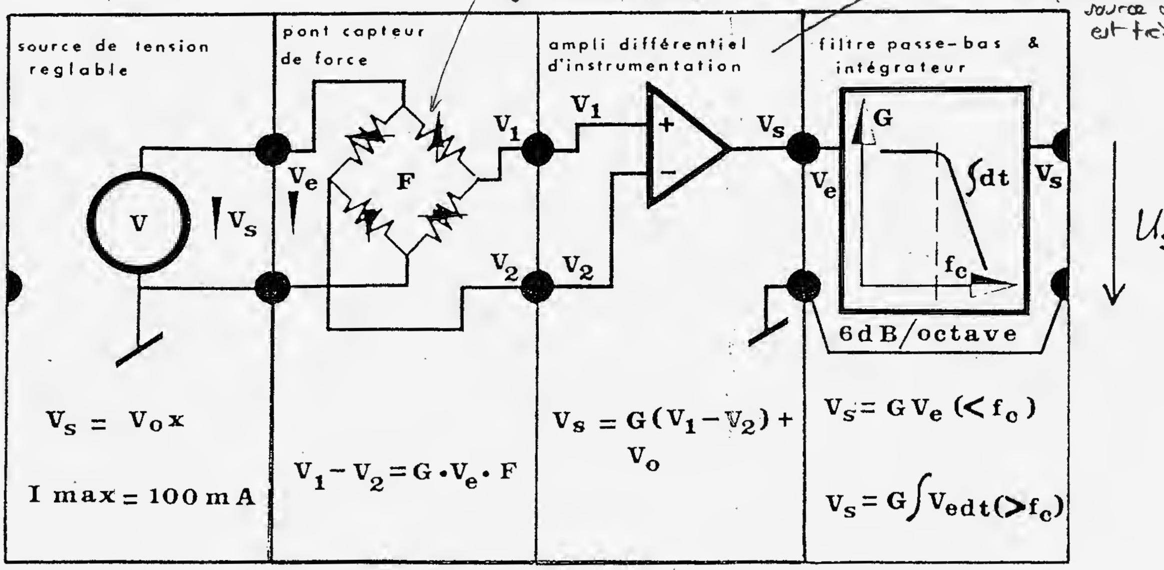
$\frac{Us}{Ue}$ $A = \frac{U}{I}$

a) effectuez le montage du circuit électronique de mesure du ***capteur de force***, qui se compose ***d'une source de tension*** règlée à 5V, suivie du pont de jauges du capteur, suivi d'***un ampli différentiel d'instrumentation*** de gain 100 utilisé pour sa grande impédance d'entrée, et dont l'offset sera utilisé pour règler le zéro de la force, suivi d'***un filtre passe-bas*** de gain -10 et de fréquence de coupure 10 Hz, servant à éliminer la composante de bruit électronique contenue dans le signal amplifié:

b) étalonnez le capteur de force ***en mesurant la sensibilité de la sortie U_S en [mV/kgf].***

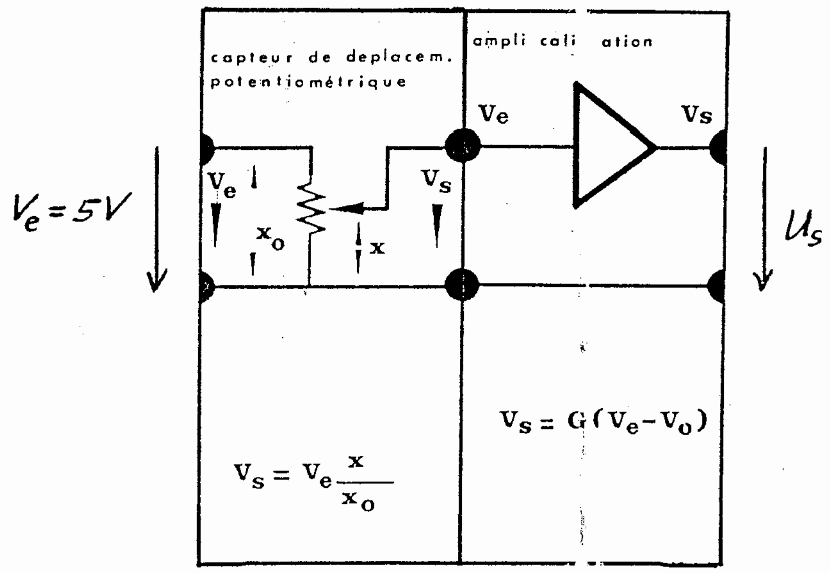
jauges de déformation piézorésistive:
2j. traction / 2j. compression

parce que l'effet thermo couple n'est utilisable que si le courant tiré de la source de tension du capteur est très faible



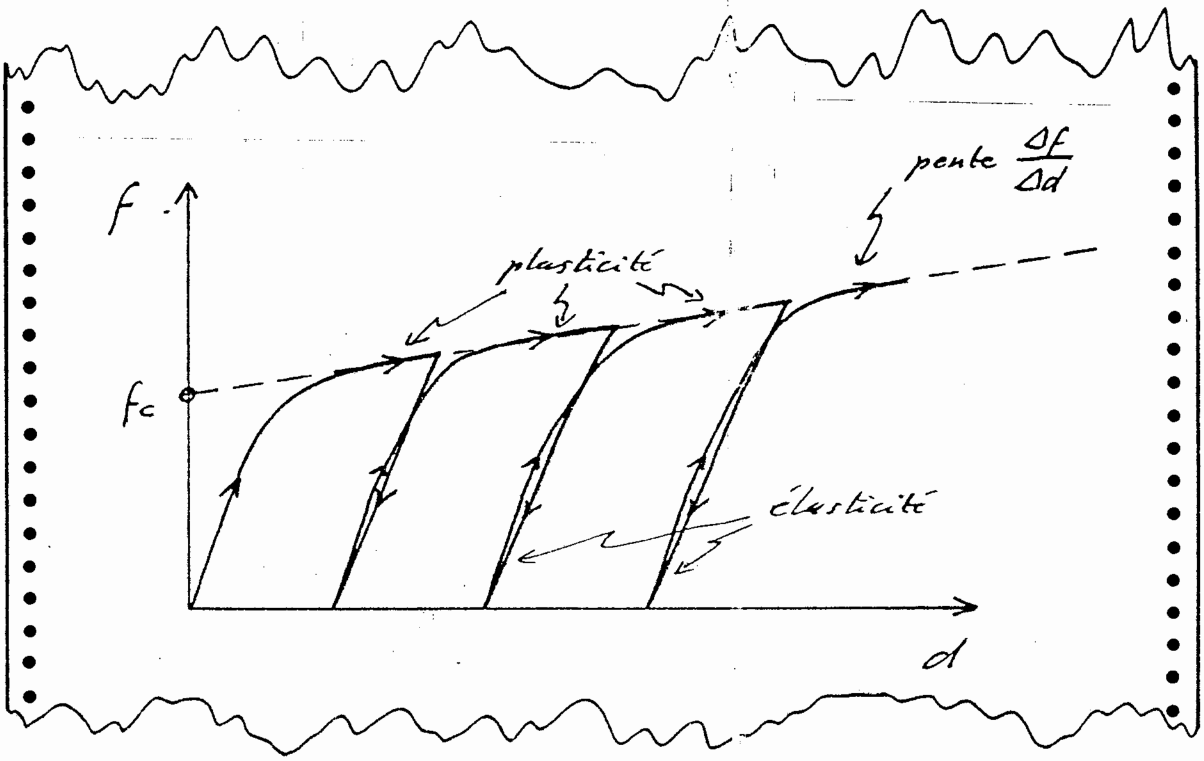
c) effectuez le montage du circuit électronique de mesure du ***capteur de déplacement***, qui se compose ***d'une source de tension*** règlée à 5V (qui peut être la même que celle utilisée pour le capteur de force!), suivie du potentiomètre du capteur, suivi d'***un ampli de calibration réglé*** au gain minimum, et dont l'offset sera utilisé pour règler le zéro du déplacement:

d) étalonnez le capteur de déplacement ***en mesurant la sensibilité de la sortie U_S en [V/cm].***



e) branchez la sortie du capteur de déplacement sur le canal 1 du plotter et la sortie du capteur de force sur le canal 2. Le plotter est mis en mode XY, avec la force f sur l'axe vertical et le déplacement d sur l'axe horizontal.

f) mesurez et plottez ***les courbes de traction*** de ressorts en étain ***(Sn)***, en aluminium ***(Al)***, en plomb ***(Pb)*** et en cuivre ***(Cu)***, à ***la température ambiante*** et à ***la température de l'azote liquide***, en retournant trois ou quatre fois à force nulle:



g) pour chaque matériau, mesurez ***les forces critiques f_c de limite élastique*** pour les courbes de traction à l'ambiante et à l'azote, ainsi les forces critiques obtenues après être redescendu à force nulle, et comparez-les. Qu'observe-t-on ? (effet de T, effet du matériau, effet de durcissement, etc.)

h) pour chaque matériau, mesurez ***les pentes $\Delta f/\Delta d$ de durcissement***, et comparez-les. Qu'observe-t-on ? (effet de T, effet du matériau, etc.)