

Outils, modélisation et simulation en calcul numérique – Série 6

26 avril 2005

Exercice 1.

La microdynamique FHP.

Soient $n_i(\mathbf{r}, t) \in \{0, 1\}$ les nombres de particules entrant au site \mathbf{r} au temps t avec vitesse dans la direction \mathbf{c}_i , $i = 1, \dots, 6$. Soit τ un pas de temps et λ la distance entre deux sites voisins sur le réseau. La microdynamique du modèle FHP s'écrit alors sous la forme

$$n_i(\mathbf{r} + \lambda\mathbf{c}_i, t + \tau) = F(\{n_j(\mathbf{r}, t)\}_{j=1}^6).$$

Etablir l'expression exacte de F .

Exercice 2.

Les lois de conservation du modèle FHP.

Soit $\mathbf{v}_i = \lambda\mathbf{c}_i/\tau$ la vitesse de déplacement dans la direction i , alors en utilisant le résultat de l'exercice 1 vérifier explicitement que la microdynamique FHP satisfait aux lois de conservation du nombre de particules, de la quantité de mouvement, et de l'énergie cinétique. Pour ceci, il faut vérifier que pour tout site ces grandeurs avant et après collision sont égales.

Exercice 3.

Le modèle HPP avec parois.

Implémenter le modèle HPP avec parois. Lorsqu'une particule entre en contact avec une paroi, sa vitesse est renversée. Considérer par exemple une enceinte séparée en deux parties avec une ouverture entre ces dernières. On prendra une condition initiale telle que toutes les particules sont dans la même enceinte.

Exercice 4.

La réversibilité du modèle HPP.

Démontrer analytiquement que la règle HPP est réversible.

Indication : Etablir dans un premier temps la microdynamique du modèle HPP en terme des nombres de particules $n_i(\mathbf{r}, t) \in \{0, 1\}$ entrant au site \mathbf{r} au temps t avec vitesse dans la direction \mathbf{c}_i , $i = 1, \dots, 4$. Soit R l'opérateur de renversement du temps tel que $Rn_i = n_{i+2}$, alors le système est réversible si en reversant la direction des particules sortantes et en les faisant interagir par la règle de collision on retrouve la configuration entrante avec vitesses opposées.