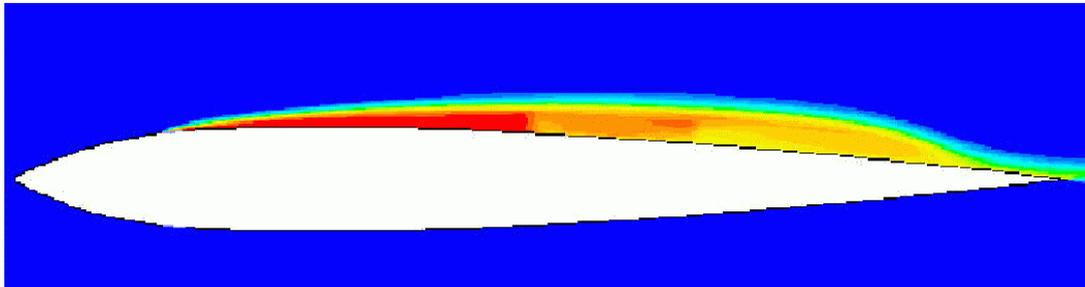


**Projet d'Ingénieur 4^{ème} année
Département de Physique**

**ETUDE NUMÉRIQUE DE
L'INJECTION D'AIR SUR UN
PROFIL PORTEUR**



Candidat : Coppex François

**Professeur : Avellan François
Responsable : Dr. Farhat Mohamed
Assistant : Bordier Yves-André**

LMH — EPFL — 1999

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier particulièrement le Professeur François Avellan d'avoir accepté ma demande en stage, me permettant ainsi de découvrir le domaine du calcul numérique qui m'était alors inconnu. Je le remercie d'avoir mis à ma disposition une infrastructure (stations de calcul, de travail, etc.) de qualité exceptionnelle, disposant ainsi des mêmes outils de travail que les doctorants et chercheurs du LMH.

Je remercie le Dr. Mohamed Farhat pour les nombreuses remarques pertinentes qui ont permis d'améliorer la qualité de ce rapport. Je le remercie aussi du temps, ingrédient qui lui est particulièrement précieux, qu'il m'a accordé.

Je remercie Yves-André Bordier pour m'avoir, tout au long de ce stage, guidé et apporté les éléments manquants sur ma connaissance du système Unix, et en théorie hydrodynamique. Il a proposé de nombreuses réponses et idées originales, permettant de faire progresser mon travail. Sans son aide constante, je n'aurai jamais pu obtenir autant de résultats.

Je remercie Helcio Villanova pour avoir, dès les premiers jours, pris l'initiative de venir à ma rencontre pour me donner une foule d'indications précieuses sur le logiciel de maillage Gambit, permettant ainsi de rendre la phase d'apprentissage du logiciel sensiblement plus courte et agréable.

Je remercie Sebastiano Mauri d'avoir toujours gentiment accepté de libérer quelques « nœuds » sur les « sp » lorsque cela était nécessaire, permettant ainsi de réaliser mes calculs plus rapidement, mais ralentissant aussi ses calculs gigantesques.

Je remercie Xavier Escaler d'avoir joué le rôle de « pont » entre ma recherche numérique et l'expérimentation dans le tunnel de cavitation, me permettant ainsi d'établir une comparaison avec les résultats expérimentaux.

Je remercie Florent Longatte d'avoir su répondre à des questions détaillées qui nécessitaient une très bonne connaissance du logiciel Fluent.

Finalement, je remercie particulièrement Norbert Tissot, Jorge Arpe Alca, Alex Sandre Guedes Alves, Philippe Cerutti, Jean-Bernard Louit, David Ladouce, pour avoir contribué à la bonne ambiance de travail au sein du LMH.

RÉSUMÉ

La configuration simulée est caractérisée par une incidence nulle, une injection « suction side », un régime sans cavitation, et la géométrie particulière nommée « Panda ». Une évaluation des possibilités offertes par le logiciel Fluent 5 dans le domaine de l'étude d'un écoulement avec injection sur profil d'aile est proposée : nous obtenons des validations concluantes, par exemple une période de lâchés de bulles d'air conforme avec celle obtenue par le nombre de Strouhal, ou encore la reproduction par un calcul non stationnaire de la portance positive lorsque la poche d'air ne dépasse pas le bord de fuite, puis négative lorsque celle-ci dépasse le bord de fuite. Néanmoins, nous montrons aussi certaines limitations du logiciel, comme l'impossibilité du code stationnaire à reproduire une poche attachée, ainsi que des instabilités du code non stationnaire. Dans un second temps, on expose un étude théorique de certains phénomènes, avec le souci constant d'essayer de formaliser nos raisonnements. C'est ainsi que nous mettons en évidence une relation inattendue entre la portance en milieu fini et infini lorsque la poche dépasse le bord de fuite. Les nombreuses informations fournies par les simulations permettent aussi de proposer des explications de la dynamique de l'écoulement dans de nombreuses situations, par exemple lors de la chute de portance consécutive à la poche d'air qui dépasse le bord de fuite. Nous constatons aussi que le comportement qualitatif de la portance peut être dans la majorité de cas retrouvé avec l'équation de Bernoulli. Finalement, un modèle théorique basé sur le second principe de la thermodynamique propose une explication de la dynamique des lâchés de bulles à faible débit.

NOMENCLATURE

Symbole	Expression algébrique	Signification	Unités
A	-	Surface du profil	m ²
c	-	Corde du profil	m
D	-	Force de traînée (Drag)	N
L	-	Force de portance (Lift)	N
p	-	Pression	Pa
p _{ref}	-	Pression de référence	Pa
p _v	-	Pression de vapeur	Pa
V	-	Vitesse amont de l'écoulement	m/s
α	-	Angle d'incidence du profil	deg ^o
x	-	Coordonnées cartésiennes dans IR ³	m
μ	-	Viscosité dynamique	kg·s ⁻¹ ·m ⁻¹
ρ	-	Densité massique	kg·m ⁻³
t	-	Temps	s
l	-	Longueur de la poche	m
C _D	$C_D = \frac{D}{1/2 \cdot \rho \cdot V^2 \cdot A}$	Coefficient de traînée	-
C _L	$C_L = \frac{L}{1/2 \cdot \rho \cdot V^2 \cdot A}$	Coefficient de portance	-
C _p	$C_p = \frac{p - p_{ref}}{1/2 \cdot \rho \cdot V^2}$	Coefficient de pression	-
σ	$\sigma = \frac{p_{ref} - p_v}{1/2 \cdot \rho \cdot V^2}$	Coefficient de cavitation	-

ETUDE NUMERIQUE DE L'INJECTION D'AIR SUR UN PROFIL PORTEUR

Projet d'ingénieur 4^{ème} année — François Coppex, DP, EPFL — 24/09/99
Sous la direction du Prof. François Avellan, Dr. Mohamed Farhat, Yves-André Bordier
LMH, DGM, EPFL

0. TABLE DES MATIÈRES

1. Introduction	3
1.1 Contexte général, position du problème	3
1.2 Buts de l'étude	8
1.3 Rappel théorique	8
1.3.1 Equations à résoudre	8
1.3.2 Discrétisation implicite et explicite	8
1.3.3 Modèle de turbulence de Reynolds	9
1.3.4 Interprétation des écoulements : équation de Bernoulli	9
1.3.5 Traitement de la turbulence aux parois : couches limites turbulentes	10
2. Méthodes numériques	12
2.1 Logiciels	12
2.2 Procédé de calcul	12
2.2.1 Maillage (Gambit 1.1.0)	12
2.2.2 Calcul (Fluent 5.0.2)	13
2.2.3 Traitement des données (Enight 6.2.1)	19
3. Résultats numériques	20
3.1 Evaluation de la valeur des résultats stationnaires par l'analyse d'isosurfaces	20
3.1.1 Forme de la poche d'air injecté	20
3.1.2 Pression dans un voisinage autour de la fente d'injection	21
3.1.3 Comparaison de la forme de la poche en milieu fini et infini	22
3.1.4 Déplacement du point d'arrêt pour de forts débits d'injection	24
3.2 Portance et traînée en fonction du débit d'injection	24
3.2.1 Comparaison entre milieu fini et infini	24
3.3 Potentialités de la simulation non stationnaire	27
3.3.1 Schéma multiphasique « Geo-Reconstruct »	27
3.3.2 Phénomène de diminution de portance lorsque la poche dépasse la corde	30
3.3.3 Simulation sur un intervalle temporel de l'ordre de la seconde	33
4. Discussion	34
4.1 Evaluation de la valeur des résultats stationnaires par l'analyse d'isosurfaces	34
4.1.1 Forme de la poche d'air injecté	34
4.1.2 Pression dans un voisinage autour de la fente d'injection	34
4.1.3 Comparaison de la forme de la poche en milieu fini et infini	35
4.1.4 Déplacement du point d'arrêt pour de forts débits d'injection	35
4.2 Portance et traînée en fonction du débit d'injection	36
4.2.1 Comparaison entre milieu fini et infini	36
4.3 Potentialités de la simulation non stationnaire	38

4.3.1	Schéma multiphasique « Geo-Reconstruct »	38
4.3.2	Phénomène de diminution de portance lorsque la poche dépasse la corde	39
4.3.3	Simulation sur un intervalle temporel de l'ordre de la seconde	40
5.	Conclusion	41
6.	Références	43
6.1	Manuels de logiciels	43
6.2	Manuels et livres	43
6.3	Publications de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (E.P.F.L.)	43
6.4	Publications n'entrant pas dans les catégories précédentes	44
7.	Annexes	45
7.1	Géométrie du profil Panda	45
7.2	Images complémentaires	47
7.2.1	Evaluation de la valeur des résultats stationnaires par l'analyse d'isosurfaces	47
7.2.2	Portance et traînée en fonction du débit d'injection	53
7.2.3	Potentialités de la simulation non stationnaire	55
7.3	Coefficient de pression C_p sur le contour du profil	62
7.3.1	Profil de pression en fonction de l'injection	62
7.3.2	Comparaison entre milieu fini et infini	64
7.4	Démonstration de la forme circulaire de l'air sous l'influence d'une pression à symétrie polaire	65
7.5	Erreurs de troncature et double précision	68
7.6	Mémento des commandes UNIX	68
7.7	Contenu du cédérom	69
7.8	Index des figures	71

1. INTRODUCTION

1.1 Contexte général, position du problème

L'étude de l'injection d'air sur un profil porteur n'est pas purement théorique, mais motivée par une application pratique. L'idée est de créer un moyen de transport marin à haute vitesse (hydroptère soutenu par une aile à effet de sol). A haute vitesse seuls les profils sont immergés. Le but est à présent de contrôler l'inclinaison de l'hydroptère pour obtenir la trajectoire désirée. A cause de la grande vitesse du véhicule, à une faible variation d'inclinaison des profils immergés correspond une trop forte variation de portance. Comme la portance des profils ne varie que faiblement en fonction du débit d'injection, il est ainsi possible de varier de façon très fine l'inclinaison du véhicule, et donc d'arriver à contrôler sa trajectoire de façon satisfaisante. Pour plus de détails sur l'application¹, on renvoie aux références 6.3.1, 6.3.2, 6.4.1.

Une autre application, qui ne fait pas encore l'objet d'études, est de minimiser les effets néfastes d'érosion, vibration, pertes de rendement, dus à l'implosion des bulles de gaz sur la surface de turbines, par exemple. On peut imaginer injecter de l'air pour former une poche à l'endroit où les bulles implosent. La modification de la pression engendrée par la poche d'air peut donc minimiser les effets néfastes de cavitation.

Une étude expérimentale de l'influence de poches d'air et de gaz autour d'un profil porteur dans un écoulement liquide d'eau a été réalisée par le laboratoire des machines hydrauliques (LMH) de l'école polytechnique fédérale de Lausanne (EPFL) (cf. références 6.3.1, 6.3.2). Ces poches peuvent soit provenir d'une injection d'air sur la surface du profil, soit être formées de gaz par cavitation engendrée au bord d'attaque. Le LMH dispose d'un tunnel de cavitation avec une section de test de dimensions 150x150x750 [mm], dans laquelle la vitesse de l'eau peut atteindre au maximum 50 m/s. Pour une description détaillée du tunnel, on renvoie à la référence 6.3.2 p.5-7.

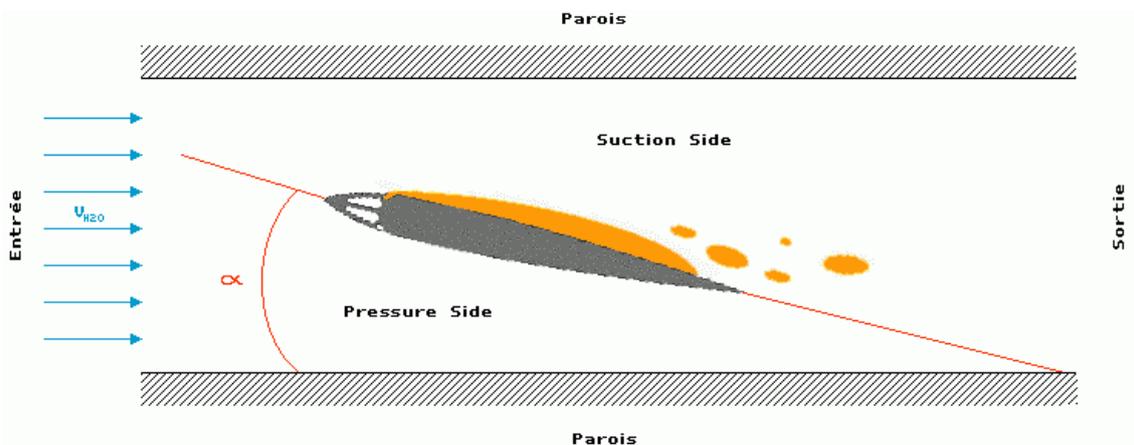


Figure 1: Profil dans le tunnel d'essai: définitions²

Dans le cas de l'injection d'air, les mesures expérimentales ont mis en évidence une relation inattendue entre le coefficient de portance et la longueur de la poche. Cette relation est une fonction croissante du débit d'air injecté, suivie d'une décroissance brutale pour une longueur de poche donnée (cf. Figure 2)

¹ Le projet piloté par le consortium Brite-Euram se dénomme "Seabud-Hydaer", véhicule dénommé "wing assisted hydrofoil" (WAH).

² Dans la suite de ce document, nous utiliserons souvent l'appellation "intrados" pour désigner "pressure side", et extrados pour "suction side".

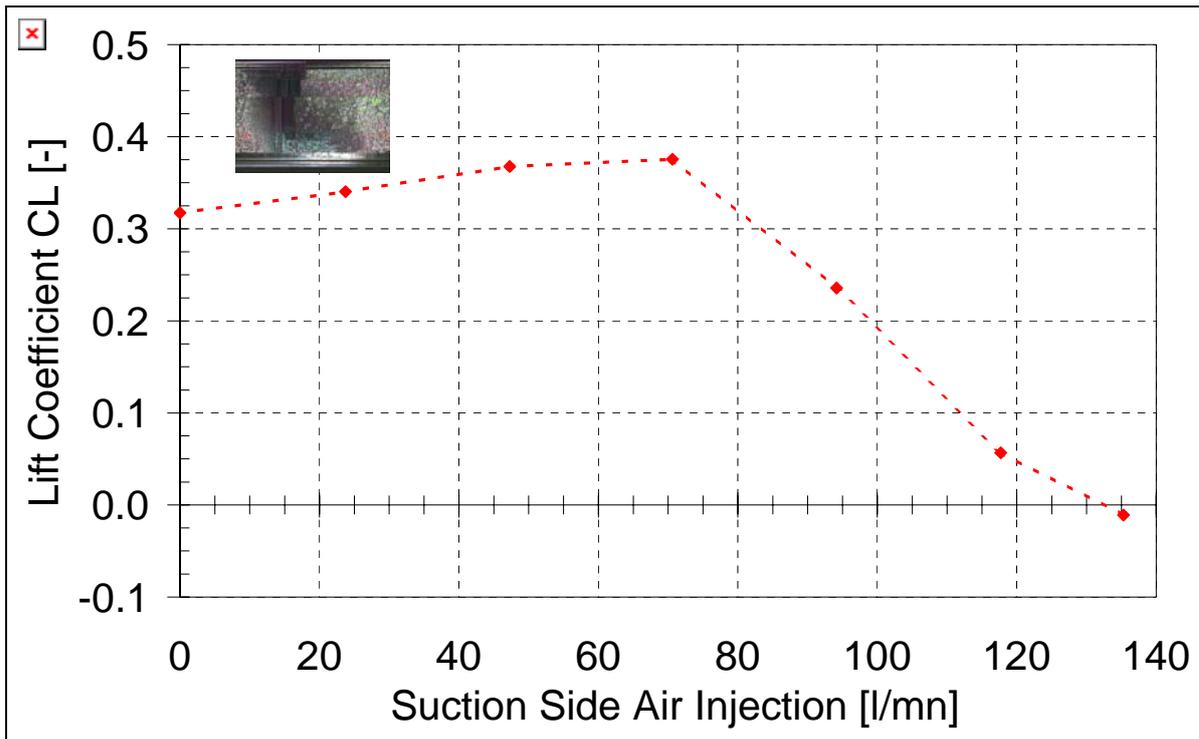


Figure 2: Effet de l'injection d'air sur la portance - $\sigma = 1.8$, $V = 15$ m/s, $\alpha = 2^\circ$

On impose un coefficient de cavitation σ tel que le régime soit sans cavitation. Ainsi la poche observée dans la Figure 2 est due uniquement à l'injection d'air. La vitesse de l'eau à l'entrée du tunnel de cavitation est de 15 m/s, l'angle d'incidence de 2° . Le profil utilisé est le profil « Panda » (cf. section 7.1). Pour un débit d'injection donné, on observe la formation d'une poche attachée d'une certaine longueur. Soit L la longueur de la poche, c la corde du profil, alors on observe que :

$\forall L < c$ la portance est une fonction monotone croissante du débit d'air injecté

$\forall L > c$ la portance est une fonction monotone décroissante du débit d'air injecté

i.e. si la poche est plus courte que la corde, la portance augmente, et dès que la poche dépasse la corde, la portance diminue. L'augmentation de portance est un phénomène qu'il faut essayer de comprendre (à l'aide de simulations numériques par exemple).

En réalisant l'étude de la portance en fonction du coefficient de cavitation (pour cela on varie la pression de référence p_{ref} à l'entrée du tunnel) on retrouve le même phénomène d'augmentation de portance jusqu'au moment où la poche dépasse la corde (cf. Figure 3).

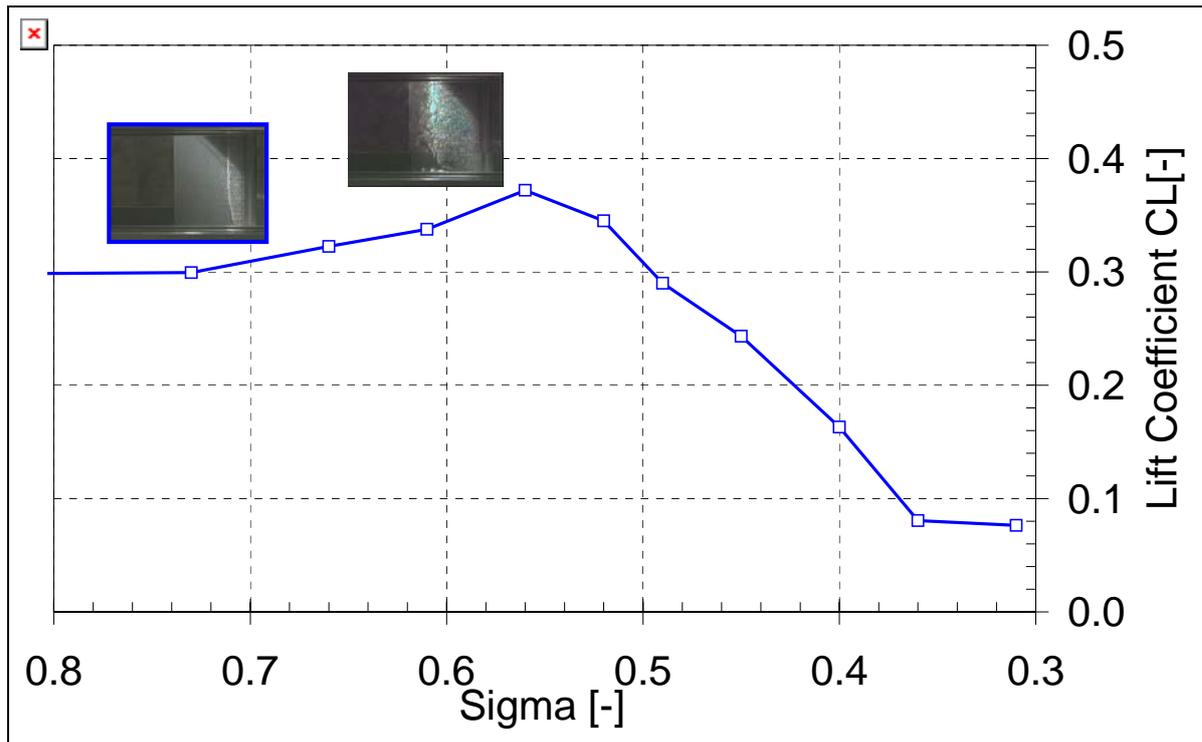


Figure 3: Effet de la cavitation sur la portance – $V = 15 \text{ m/s}$, $\alpha = 2^\circ$

Ainsi, que la poche soit due à l'injection ou à la cavitation, le comportement de la portance en fonction de la longueur de la poche est le même.

L'explication physique exacte de ce phénomène n'est pas connue (plusieurs hypothèses ont été avancées, cf. réf. 6.3.1), et les renseignements expérimentaux sont actuellement insuffisants pour trouver l'explication correcte. C'est pourquoi il est intéressant d'en faire une étude numérique et avoir ainsi accès aux contours de pression, norme et vecteurs vitesse du fluide, fraction de phases, pression sur le profil, moments, etc. Nous montrons dans ce document que le phénomène s'explique par l'équation de Bernoulli.

On dispose d'une quantité considérable de données expérimentales (dans le tunnel, donc en milieu fini) sur le profil Panda (cf. section 7.1). Il a fallu choisir une configuration expérimentale précise (pression de référence, incidence, vitesse de l'eau à l'entrée de la section d'essai, injection sur le côté en dépression « suction side », régime sans cavitation) pour établir une comparaison entre calcul numérique et expérience. On choisit un cas correspondant à une incidence nulle $\alpha = 0$, une vitesse d'eau à l'entrée $V = 15 \text{ m/s}$, un régime sans cavitation caractérisé par un coefficient de cavitation $\sigma = 3.5$ (pression de référence à l'entrée $p_{ref} = 3.95 \text{ bar}$), une injection du côté en dépression (« suction side »). L'incidence nulle permet d'apprécier plus facilement à partir des résultats numériques les dissymétries engendrées par l'injection. Les Figure 4 et Figure 5 montrent les coefficients de portance et de traînée expérimentaux en fonction du débit d'injection dans la configuration décrite ci-dessus.

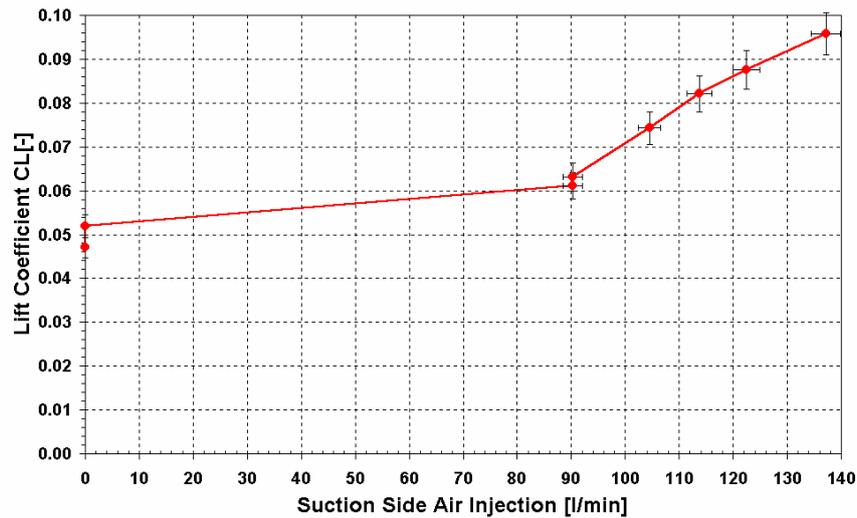


Figure 4: Effet de l'injection d'air sur la portance - $\sigma = 3.5$, $V = 15$ m/s, $\alpha = 0^\circ$

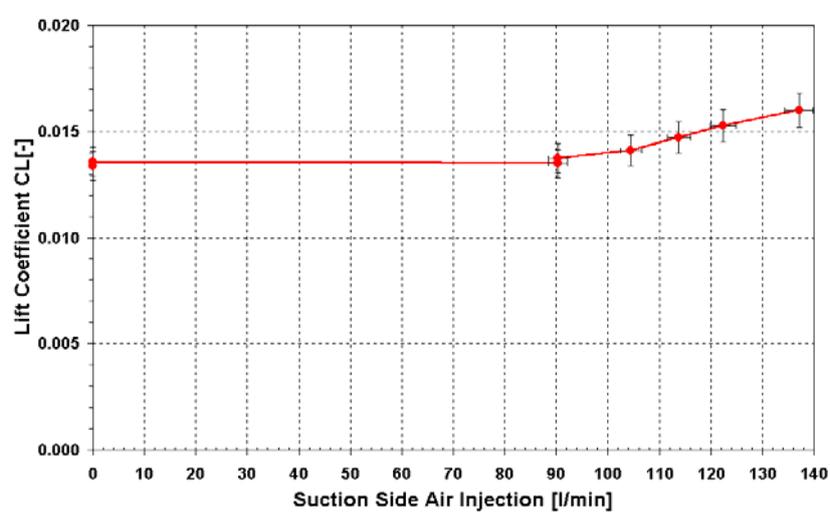


Figure 5: Effet de l'injection d'air sur la traînée - $\sigma = 3.5$, $V = 15$ m/s, $\alpha = 0^\circ$

Le maximum d'injection d'air autorisé par l'installation expérimentale n'est pas suffisant pour avoir une poche dont la longueur dépasse la corde. La Figure 4 ne montre donc pas la chute de portance. Il s'agit donc idéalement de reproduire les Figure 2, Figure 4 et Figure 5 pour expliquer le phénomène à l'origine de l'augmentation de portance. Néanmoins, comme le montrent les Figure 6 et Figure 7, le phénomène est fortement turbulent (et non stationnaire) avec de nombreux lâchés de bulles³. On peut donc déjà s'attendre à rencontrer des difficultés numériques pour résoudre un tel problème physique.

³ Les conditions expérimentales correspondant à ces photographies sont les mêmes que celles utilisées pour la majorité des simulations numériques, soit une injection du côté "suction side", une incidence nulle $\alpha = 0$, une vitesse de l'écoulement à l'entrée de la veine d'essai $V = 15$ m/s, une pression de référence à l'entrée de la veine $p_{ref} = 395'100$ Pa.

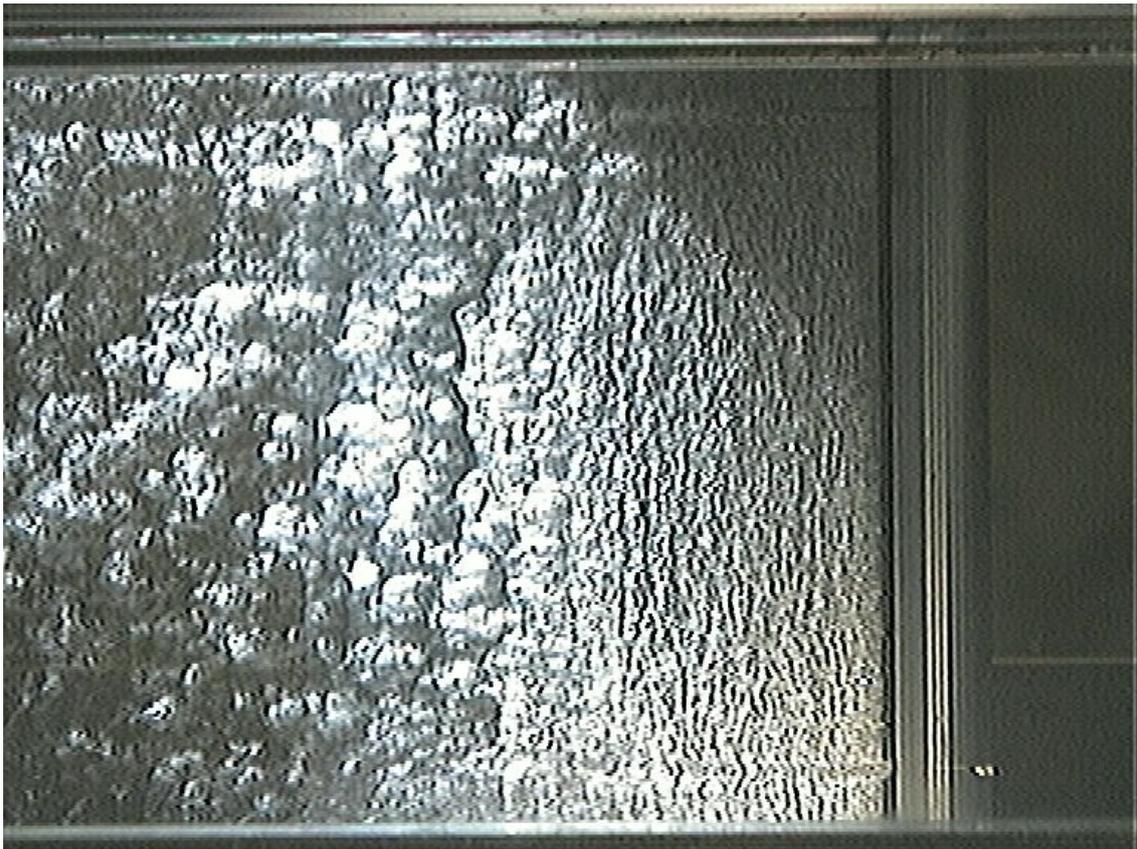


Figure 6: Poche d'injection vue de dessus pour 90 l/min, $\sigma = 3.5$, $V = 15$ m/s, $\alpha = 0^\circ$

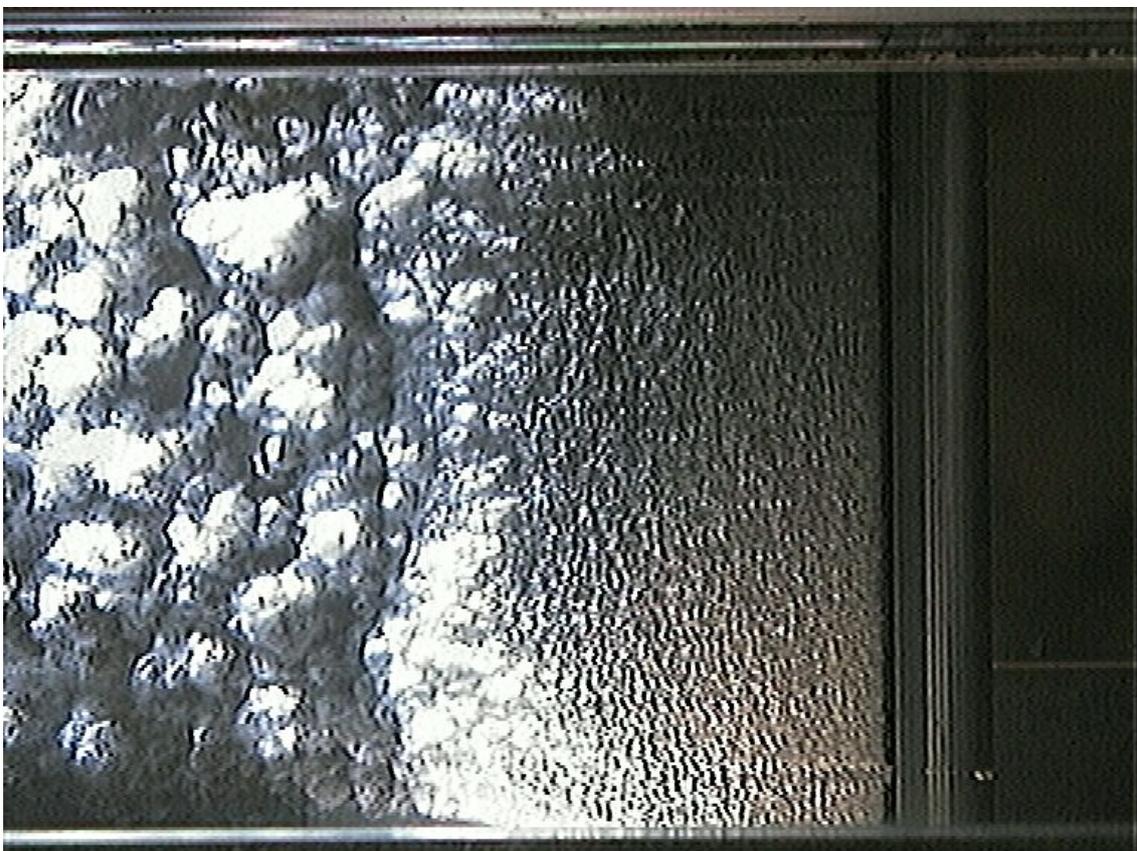


Figure 7: Poche d'injection vue de dessus pour 137 l/min, $\sigma = 3.5$, $V = 15$ m/s, $\alpha = 0^\circ$

1.2 Buts de l'étude

Nous voulons étudier les effets de l'injection d'air sur un profil porteur par des méthodes numériques.

Un objectif à réaliser pour parvenir au but principal est d'étudier les possibilités qu'offrent le logiciel Fluent 5.0 dans le domaine de l'étude d'un écoulement avec injection d'air, par comparaison avec une étude expérimentale. Comment configurer le logiciel pour obtenir les meilleurs résultats ?

Nous voulons étudier les effets de l'injection en répondant aux questions suivantes : peut-on retrouver l'augmentation de portance lorsque la poche ne dépasse pas la corde ? Peut-on expliquer le phénomène physique associé à cette augmentation de portance ? Les valeurs de portance obtenues reproduisent-elles les valeurs expérimentales ? Peut-on caractériser les différences de l'écoulement entre milieu fini et infini ? Une analyse non stationnaire du phénomène peut s'avérer nécessaire.

Ce rapport doit aussi permettre de transmettre rapidement (et de façon pratique) la connaissance de la méthode exacte de configuration de Fluent 5.0 pour un écoulement biphasique à quiconque qui désire entreprendre ou continuer une étude similaire à celle-ci.

1.3 Rappel théorique

1.3.1 Equations à résoudre

Soit ρ la densité du mélange, d la dimension du problème, $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_d) \in \mathbb{R}^d$, $\mathbf{V} = (V_1, V_2, \dots, V_d) \in \mathbb{R}^d$ la vitesse de l'eau, ∇ l'opérateur gradient dans \mathbb{R}^d , p la pression statique, $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_d) \in \mathbb{R}^d$ l'accélération résultant des forces de volume, $\{\tau\}_{i,j=1}^d$ le tenseur des contraintes, δ_{ij} le symbole de

Kronecker, S_m le terme de source massique (par exemple la phase secondaire en régime biphasique), alors les équations à résoudre⁴ pour tout écoulement sont la conservation de la masse (cf. équation 1.1) et la conservation du moment (cf. équation 1.2) :

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) = S_m \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho V_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho V_i V_j) = -\frac{\partial}{\partial x_j} p + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} + \rho f_i \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.2)$$

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial}{\partial x_j} V_i + \frac{\partial}{\partial x_i} V_j \right) - \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{V}) \delta_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (1.3)$$

Dans la littérature on inclut souvent le gradient de pression de l'équation (1.2) dans le tenseur des contraintes (1.3). Dans le cas de transferts de chaleur ou de compressibilité, il faut résoudre une équation supplémentaire de conservation de l'énergie (cf. réf. 6.1.5 chap. 8.5 et 8.7). Dans le cas de réactions chimiques ou de régime multiphasique, une équation de continuité pour chaque espèce doit être résolue. Enfin, lorsque l'écoulement est turbulent, nous devons ajouter des équations de transport supplémentaires (cf. réf. 6.1.5 chap. 9).

1.3.2 Discrétisation implicite et explicite

La discrétisation spatiale pouvant être réalisée soit par différences finies ou éléments finis, on ne présente ici qu'une discrétisation temporelle à titre de rappel illustratif. Soit $n \in \mathbb{N}$, Δt le pas de discrétisation temporelle, $u_n(\mathbf{x}) = u(\mathbf{x}, n \cdot \Delta t)$. Soit le problème :

$$\frac{\partial}{\partial t} u(\mathbf{x}, t) = f(u(\mathbf{x}, t), \mathbf{x}, t) \quad (1.4)$$

On choisit de remplacer la dérivée temporelle par l'opérateur de différence finie première progressive

⁴ On admet la convention d'Einstein selon laquelle les indices répétés dans un même produit de termes représentent une somme, par exemple: $x_i \cdot \sigma_{ii} = \sum_i x_i \cdot \sigma_{ii}$

$\Delta_h f(x_0) = f(x_0 + \Delta h) - f(x_0)$, avec $f(x_0 + \Delta h) = f(x_0) + f'(x=x_0) \cdot \Delta_h + O(\Delta_h^2)$, par substitution on obtient aisément :

$$\frac{\partial}{\partial t} u(x, t) = \frac{u_{n+1} - u_n}{\Delta t} + O(\Delta t) \quad (1.5)$$

On néglige le reste (schéma numérique). Si on met en évidence u_{n+1} , alors en partant d'une condition initiale connue u_0 cela nous permet par récurrence de trouver $u_n \forall n \geq 1$.

$$u_{n+1} = u_n + \Delta t \cdot f(u(x, t), x, t) \quad (1.6)$$

Le schéma de Euler explicite (respectivement implicite) revient à remplacer t par $n \cdot \Delta t$ (respectivement par $(n+1) \cdot \Delta t$) dans le membre de droite de l'équation 1.6, déterminant ainsi de façon explicite (respectivement implicite) la valeur de u_{n+1} . La fonction $f(u(x, t), x, t)$ étant généralement non linéaire en $u(x, t)$, pour trouver la valeur de u_{n+1} avec le schéma implicite, il faut résoudre une équation (en discrétisation spatiale il s'agit d'un système d'équations) non linéaire. Le temps de calcul est donc en général sensiblement plus grand dans le cas implicite. Par contre, il faut être conscient que, dans le cadre de la théorie de l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles, une discrétisation implicite d'un problème implique presque toujours une stabilité inconditionnelle du schéma. C'est pourquoi nous suggérons vivement de toujours opter pour un schéma implicite lorsque cela est possible.

1.3.3 Modèle de turbulence de Reynolds

Parmi les nombreux modèles de turbulence (Reynolds, $k-\varepsilon$, Spalart-Allamaras, etc.), il n'existe pas de modèle considéré comme étant le plus performant pour tout type d'écoulement. L'idée du modèle de turbulence de Reynolds est de considérer les grandeurs telles que la pression p ou la vitesse $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$ comme étant la somme d'une valeur à l'équilibre $\langle \mathbf{v} \rangle$ et d'une oscillation \mathbf{v}' de faible amplitude. Il s'agit donc d'un procédé de moyenne : soit T une période correspondant au temps durant lequel on étudie le fluide, alors :

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} dt \mathbf{v} \quad (1.7)$$

$$\mathbf{v} = \langle \mathbf{v} \rangle + \mathbf{v}' \quad (1.8)$$

Ces grandeurs sont ensuite substituées dans l'équation de Navier-Stokes, faisant apparaître un nouveau terme appelé tenseur de turbulence de Reynolds σ_{ij} :

$$\sigma_{ij} = -\rho \langle v_i v_j \rangle \quad (1.9)$$

Le modèle de Reynolds utilisé consiste à résoudre les trois composantes des équations de transport du tenseur de turbulence (1.9) ainsi qu'une autre équation sur le taux de dissipation⁵.

Etant donné que nous désirons étudier le phénomène d'injection d'air sur un profil (fortement non stationnaire pour de grands débits), la démarche consistant à faire une moyenne d'observables nous paraît d'autant plus appropriée. De plus, la référence 6.1.5 p.9-9 mentionne que ce modèle, le plus perfectionné de Fluent 5.0, fournit de particulièrement bons résultats dès que des tourbillons ou recirculations apparaissent. En effet, nous observons expérimentalement que les tourbillons apparaissent rapidement en fonction du débit d'air injecté. Etant donné que des recirculations ont été observées à la surface du profil, et que la portance nous intéresse particulièrement, on adopte ce modèle malgré un temps de calcul par itération plus élevé d'environ 40%.

1.3.4 Interprétation des écoulements : équation de Bernoulli

Dans la section 4, pour interpréter certains résultats nous utilisons souvent le raisonnement qui dit que la pression diminue si la vitesse du fluide augmente, c'est pourquoi on se permet de présenter un rappel formel de l'équation de Bernoulli

Soit U l'énergie potentielle par unité de masse du fluide, p la pression, E l'énergie par unité de masse

⁵ La référence 6.1.5 chapitre 9.5 p.9-30 donne le détail des nombreuses équations à résoudre.

du fluide, \mathbf{v} le champ de vitesses. Soit un fluide parfait $\mu = 0$, incompressible $\nabla \cdot \mathbf{v} = 0$, un écoulement irrotationnel $\nabla \times \mathbf{v} = 0 \Rightarrow \exists \varphi$ t.q. $\mathbf{v} = \nabla \varphi$, soit $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ un domaine dans lequel les hypothèses précédentes s'appliquent, soit $\gamma \subset \Omega$ une ligne de courant, alors par intégration de l'équation de Navier-Stokes le long de γ on obtient l'équation de Bernoulli :

$$Cte = E = \frac{\partial}{\partial t} \varphi + \frac{p}{\rho} + \frac{\mathbf{v}^2}{2} + U \quad \forall \mathbf{x} \in \gamma \quad (1.10)$$

1.3.5 Traitement de la turbulence aux parois : couches limites turbulentes

Soit $\mathbf{V} = (u, v) \in \mathbb{R}^2$, soit la valeur moyenne de la vitesse $\langle \mathbf{V} \rangle = (\langle u \rangle, \langle v \rangle) = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_0}^{t_0+T} dt \mathbf{V}$, soit τ_p la contrainte de cisaillement à la paroi $\tau_p = \mu \left(\frac{\partial}{\partial x} \langle v \rangle + \frac{\partial}{\partial y} \langle u \rangle \right)$, soit une plaque plane parfaitement lisse définie par le plan $\pi = (x, y = 0)$, soit les équations de la couche limite (dites aussi de Prandtl, cf. réf. 6.3.4 p.218⁶) avec les grandeurs moyennées, soit U_∞ la vitesse de l'écoulement amont, soit δ_∞ l'épaisseur sensible⁷ définie par $\delta_\infty \approx \delta_{0.99} = 5 \cdot \sqrt{\frac{\nu \cdot x}{U_\infty}}$. L'expérience montre l'existence de trois zones dans la distribution de vitesse moyenne (cf. Figure 8).

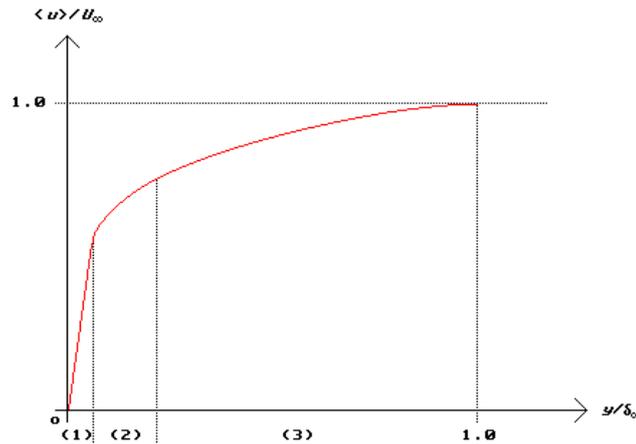


Figure 8: Zones de vitesse d'une couche limite turbulente sur une plaque plane

On définit la vitesse de frottement u_τ par $u_\tau = (\tau_p/\rho)^{1/2}$, de même que les grandeurs réduites suivantes :

$$u^+ = \langle u \rangle / u_\tau \quad (1.11)$$

$$y^+ = (u_\tau y / \nu)^{1/2} \quad (1.12)$$

A l'intérieur de la zone 1, on admet un profil de vitesse $\langle u \rangle$ linéaire dans la limite $y \rightarrow 0$: soit $C \in \mathbb{R}$ alors $\langle u \rangle = C \cdot y$ et donc :

$$\tau_p = \mu \cdot \frac{\partial}{\partial y} \langle u \rangle = \mu \cdot C \quad (1.13)$$

ce qui donne $u^+ = y^+$. L'expérience montre que l'approximation du profil de vitesse linéaire est valable pour $y^+ < 10$. Dans cette région, l'écoulement est presque laminaire, et les effets de la viscosité sont prédominants.

⁶ On se permet de sauter quelques étapes non nécessaires pour réaliser le but de ce chapitre. Néanmoins, on pourra toujours réviser le détail des étapes dans la référence 6.3.4 chapitre 6.7 p.250.

⁷ Soit l'équation de Blasius $ff'' + 2 \cdot f''' = 0$, $f(0) = f'(0) = 0$, $f(\infty) = 1$, obtenue par les équations de la couche limite (dites aussi équations de Prandtl) qui décrit la vitesse tangentielle d'un écoulement dans la couche limite sur une plaque plane. Une idée pour définir l'épaisseur de la couche limite est alors d'affirmer que lorsque la vitesse tangentielle vaudra $0.99 \cdot U_\infty$, on est à son interface. C'est ainsi que l'on obtient une expression pour $\delta_{0.99}$.

A l'intérieur de la zone 2, moyennant quelques hypothèses (cf. réf. 6.3.4 p.256 à 258), on obtient la relation $u^+ = C_1 \cdot \log_{10}(y^+) + C_2$, avec $C_1 = 5.85$, $C_2 = 5.56$ déterminé expérimentalement. A nouveau, l'expérience montre que ce modèle est justifié $\forall y^+ \in [30 ; 500]$. L'ordre de grandeur des effets de la viscosité et de la turbulence est le même dans cette zone.

A l'intérieur de la zone 3, où les effets de la turbulence sont prédominants, le profil de vitesse va dépendre du nombre de Reynolds de l'écoulement.

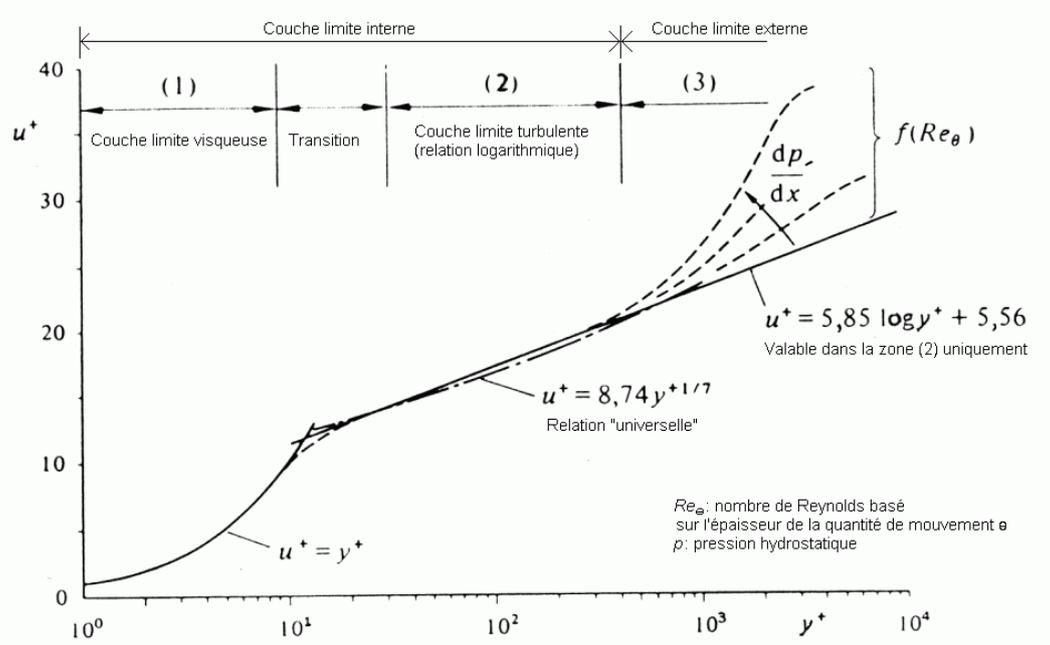


Figure 9: La fonction $u^+(y^+)$ dans la couche limite

Les courbes en traits discontinus de la Figure 9 représentent des relations dites « universelles » dans le sens où elles sont de classe $C^1(\mathbb{R}^+)$. Il s'agit de relations de type :

$$\frac{\langle u \rangle}{U_\infty} = \left(\frac{y}{\delta_\infty} \right)^{1/n} \quad (1.14)$$

avec $n \in \mathbb{R}^+$. Par exemple, pour une plaque plane $n \in [7 ; 8]$.

Nous avons donc vu que le profil de vitesse de l'écoulement turbulent dans la couche limite est fonction du paramètre y^+ . Il sera donc nécessaire, par la suite, d'être conscient de la valeur de ce paramètre pour choisir la modélisation appropriée proposée par Fluent (cf. section 2.2.2).

2. MÉTHODES NUMÉRIQUES

2.1 Logiciels

Gambit 1.1.0⁸ est un logiciel de maillage permettant de réaliser la géométrie du profil, le maillage et la définition des conditions aux bords. On a opté pour un profil bidimensionnel plutôt qu'un profil tridimensionnel pour les raisons suivantes :

- La simulation d'un écoulement 2D montre que la couche limite près des parois du tunnel de cavitation côté extradados et côté intrados du profil reste de faible épaisseur. On peut donc en conclure qu'il est de même pour les parois latérales. La couche limite sur les parois latérales n'est pas décrite par le modèle 2D. On peut donc raisonnablement négliger la couche limite latérale au profil en passant à une simulation 2D.
- le temps de calcul étant une fonction croissante du nombre de mailles, comme un maillage 2D comporte moins de nœuds qu'un maillage 3D pour la même dimension des cellules de maillage, il est clair qu'un maillage 2D engendre un temps de calcul moindre.
- La considération précédente permet d'affirmer qu'un maillage 2D peut être sensiblement plus raffiné qu'un maillage 3D, tout en opérant avec des temps de calcul raisonnables.

Fluent 5.0.2⁹ est un logiciel récent (1998) offrant de nombreuses possibilités telles que la simulation d'écoulements biphasiques, la cavitation (transitions de phase), les réactions chimiques, des écoulements à nombre de Mach supérieur à 1, flux de chaleur, combustion, etc. (cf. réf. 6.1.5 p.8-2 pour une liste plus complète). Néanmoins, certaines de ces possibilités n'ont pas parfaitement été validées (par exemple les écoulements multiphasiques). Il faut donc être prudent et critique envers les résultats fournis par ce logiciel. Nous simulons par la suite uniquement des écoulements biphasiques (injection d'air). L'analyse des données (« post processing¹⁰ ») est réalisé avec Fluent 5.0.2 et Enight 6.2.1¹¹.

2.2 Procédé de calcul

2.2.1 Maillage (Gambit 1.1.0)

- 1) Création des vertex (points de jonction des lignes formant les surfaces, puis les volumes). On entre les coordonnées (x; y) de chaque point définissant le profil.
- 2) Interpolation des vertex par une courbe de type NURBS, pour l'extrados et l'intrados
- 3) Effacer les vertex non utilisés par l'interpolation et création d'une surface à partir des deux lignes d'interpolation : surface 1.
- 4) Insertion d'une surface circonscrite au profil représentant le tunnel de cavitation : surface 2.
- 5) Opération logique « subtract » sur les surfaces : on soustrait la surface 1 à la surface 2
- 6) Maillage : on insère les nœuds sur les arêtes du profil et de l'enceinte en prenant soin à ce que la densité de nœuds soit plus élevée sur les contours du profil, au bord d'attaque et au bord de fuite, pour assurer un maillage plus fin autour du profil. On choisit d'insérer une couche limite sur les parois et autour du bord du profil (maillage structuré plus raffiné). Pour mailler un tel profil, un maillage non structuré permet d'obtenir facilement une densité de nœuds sensiblement plus élevée sur le bord du profil. La surface est ensuite maillée utilisant des éléments triangulaires. On décide de ne pas modéliser la géométrie des fentes d'injection pour assurer un meilleur maillage et donc une meilleure convergence avec Fluent 5.0.2.

⁸ Gambit 1.1.0, Copyright 1988-1998 Fluent Inc, All rights reserved

⁹ Fluent 5.0.2, Copyright 1998 Fluent Inc., All rights reserved

¹⁰ Anglicisme utilisé pour designer le traitement des données une fois le calcul convergé.

¹¹ Enight 6.2.1, Copyright 1994-1998 Computational Engineering International Inc, All rights reserved

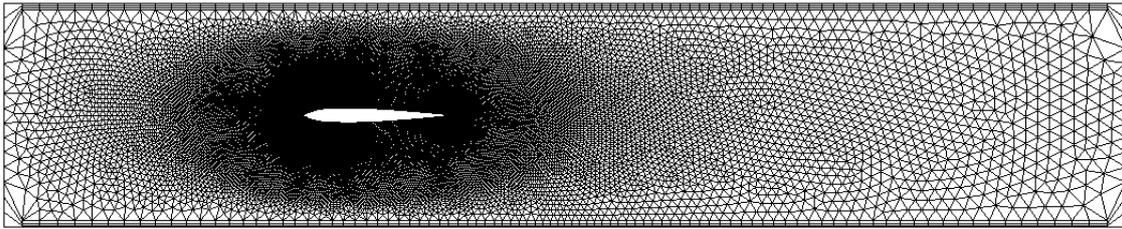


Figure 10: Maillage du profil Panda

La Figure 10 montre un maillage plus raffiné autour du profil que sur les limites du domaine représentant la veine d'essai du tunnel de cavitation. En effet, il n'est pas nécessaire d'investir trop de temps de calcul dans la région qui n'influence que peu sur les forces exercées sur le profil. Néanmoins, on ne peut pas diminuer arbitrairement la différence de densité de mailles entre le profil et les bords du tunnel. Si cette différence est trop grande, alors le logiciel Gambit n'est plus en mesure de réaliser le maillage.

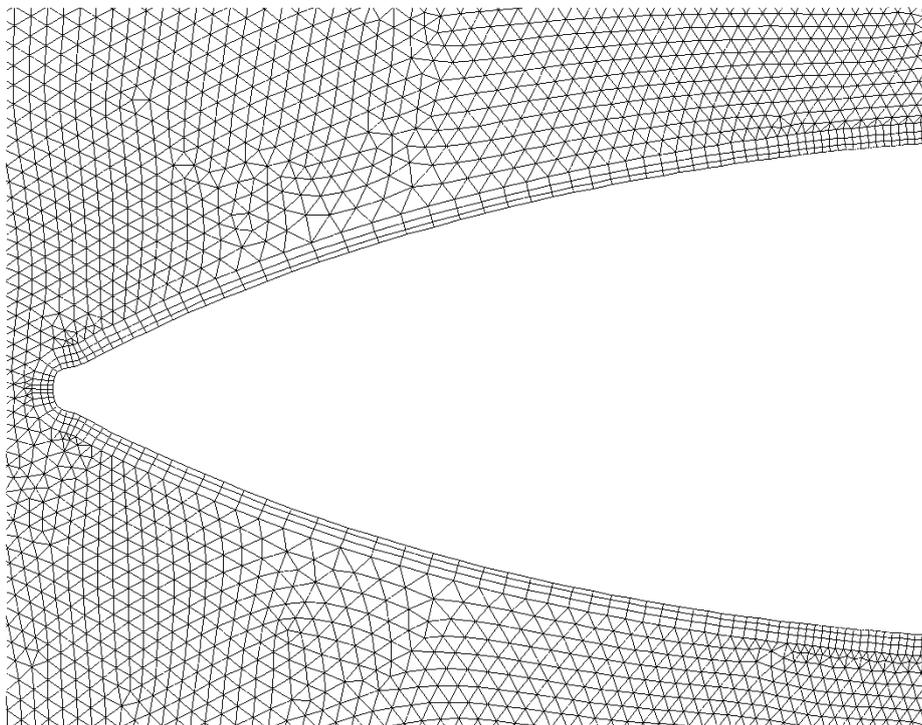


Figure 11: agrandissement du bord d'attaque

Le maillage est constitué de 41'275 nœuds, 121'393 faces, 80'118 cellules, soit environ 6.5 fois plus de cellules que pour le travail de diplôme de la référence 6.3.1. La Figure 11 montre l'existence d'un maillage structuré fin sur le bord du profil. Il s'agit d'un maillage spécialement raffiné pour tenir compte de la couche limite. L'épaisseur de ce maillage structuré ne peut pas être augmenté arbitrairement car les mailles peuvent alors se chevaucher au bord d'attaque.

- 7) Conditions aux bords : on désire imposer un certain débit d'eau à l'entrée, et un certain débit d'air injecté. Pour cela on attribue au segment d'entrée et aux segments définissant les fentes d'injection la condition `VELOCITY_INLET`, le type de fluide ou de gaz injecté est spécifié par la suite avec Fluent. Les segments définissant l'intrados et l'extrados reçoivent la condition `WALL`, la sortie du tunnel l'attribut `OUTFLOW` (on n'impose pas de conditions sur l'écoulement à la sortie).
- 8) On exporte le maillage sous format `.msh`

2.2.2 Calcul (Fluent 5.0.2)

Le traitement des données à l'aide de Fluent 5.0.2 se fait principalement grâce aux menus suivants :

- Surface : permet de définir des surfaces, lignes sur lesquelles on peut calculer des flux, forces, etc.
- Display → Contours : isosurfaces de valeurs de vitesse, pression, densité, turbulence, etc.
- Display → Velocity Vectors : vecteurs vitesses colorés en fonction de la pression, densité, etc.

- Plot → XY Plot : pression en fonction de la position sur le profil par exemple
- Report : menus permettant de calculer des intégrales de surface de pression, densité, etc.

Un milieu fini est défini par l'existence de parois délimitant la zone de l'écoulement, au contraire du milieu infini. Pour obtenir un milieu infini, on remplace à l'aide de Fluent 5.0.2 (Define → Boundary Conditions : Type : **Outflow**) l'attribut « wall » des limites supérieures et inférieures du maillage (cf. Figure 10 p.13) par l'attribut « outflow ».

Si certaines options ne sont pas mentionnées, alors il s'agit des options par défaut à ne pas changer.

- *A) Régime sans cavitation biphasique stationnaire avec injection d'air extrados – itérations rapides*
 - 1) Lancer fluent en simple précision avec la ligne de commande suivante : fluent 2d
 - 2) File → Read → Case : charger le maillage obtenu par gambit (extension : .msh)
 - 3) Grid → Scale : changer l'échelle pour que les dimensions affichées dans la fenêtre « Domain extents » soient identiques aux dimensions réelles. Pour cela, entrer le facteur de dilatation tel que les valeurs dans « Domain extents » multipliées par ce facteur donnent les dimensions réelles du profil. Puis appuyer sur « Scale ».
 - 4) Grid → Reorder → Domain : réordonne les cellules et permet un gain de temps de calcul.
 - 5) Define → Models → Solver :
 - Solver : **Segregated** : méthode de projection où les équations sont dans un premier temps résolues sans tenir compte de la contrainte d'incompressibilité ($\text{div}(\mathbf{v}) = 0$), puis les solutions obtenues sont projetées orthogonalement dans le sous-espace vectoriel des champs de vitesse à divergence nulle.
 - Formulation : **Implicit** : formulation implicite du problème assure une meilleure stabilité du schéma numérique
 - Space : **2D** : le maillage choisi étant bidimensionnel, on choisit l'option 2D
 - Time : **Steady** : étude stationnaire du problème physique.
 - Velocity formulation : **Absolute**
 - 6) Define → Models → Viscous
 - Model : **k-epsilon** : modèle adapté lorsque les recirculations sont faibles (réf.6.1.5 p.9-7, 9-8)
 - k-epsilon model : **RNG** : modèle basé sur une technique de renormalisation
 - Near-Wall Treatment : **Non equilibrium wall functions** : (réf. 6.1.5 p. 9-46 à 9-59) ce modèle est adapté lorsque l'écoulement proche de la paroi est complexe avec de forts gradients de pression qui changent rapidement en fonction du temps (par exemple l'injection d'air). Cette option est valable pour $y^+ \in [30 ; 60]$, tandis que le choix « Two-Layer Zonal Model » l'est pour $y^+ < 5$. Il a été vérifié qu'avec le maillage utilisé de la Figure 10, $y^+ \in [20 ; 60]$, donc le choix proposé du traitement de la turbulence sur le profil est adapté.
 - 7) Define → Materials :
 - sans injection d'air : charge **water-liquid** de la librairie
 - avec injection d'air : charge **water-liquid** et **air** de la librairie (cliquer sur « Database » puis sélectionner le matériau)
 - 8) Define → Models → Multiphase :
 - sans injection d'air : **OFF**
 - avec injection d'air :
 - Model : **Volume of Fluid** : (réf. 6.1.5 p. 15-2, 15-3) l'intérêt de cette méthode réside dans la position des interfaces entre phases (fluides non miscibles). Ce modèle est généralement utilisé pour calculer une solution qui dépend du temps, mais où la solution stationnaire uniquement nous intéresse.
 - Phases : Primary Phase : **water-liquid**
 - Phases : Secondary Phase : **air**
 - VOF Scheme : **Implicit** : formulation implicite recommandée lors de l'utilisation de Volume of Fluid
 - Body Force Formulation : Implicit Body Force : **ON** : le traitement implicite des forces de volume garantit une meilleure convergence.
 - Surface Model : Surface Tension : **ON** : coefficient **0.072** [N/m] correspond à la tension superficielle de l'eau. Fluent modélise cette tension par l'équation de Laplace (cf. référence 6.3.3 p.6)
 - Surface Model : Wall adhesion : **ON** : on admet que le fluide colle aux parois. L'angle de contact est donné dans la partie traitant des conditions aux bords.
 - 9) Define → Boundary Conditions :
 - *entrée* : vitesse uniforme de l'eau, par exemple 15 m/s selon la direction \mathbf{e}_x .
Velocity Specification method : **Components** :

X-Velocity (m/s) : **15**
 Y-Velocity (m/s) : **0**

Reference Frame : **absolute**

Turbulence Specification Method : **Intensity and Hydraulic Diameter** :

Turbulence Intensity (%) : **1**

Hydraulic Diameter (m) : **0.15**

Volume Fractions : air : **0**

Le choix de la méthode de spécification de la turbulence est conseillé par la référence 6.1.5 p.6-12. Le diamètre hydraulique correspond à la dimension maximale que les tourbillons pourraient éventuellement avoir, soit la largeur du tunnel (section carrée de 0.15 m). Le choix de l'intensité de la turbulence¹² de 1% est proposé par la référence 6.3.1 p.26.

- *injection extradós* :

Velocity Specification method : **Magnitude and Direction** :

Velocity Magnitude (m/s) : **10**

X-Component of Direction Flow : **0.8191**

Y-Component of Direction Flow : **0.5735**

Reference Frame : **absolute**

Turbulence Specification Method : **Intensity and Hydraulic Diameter** :

Turbulence Intensity (%) : **10**

Hydraulic Diameter (m) : **0.0017**

Volume Fractions : air : **1**

On a donc imposé une injection d'air de 10 m/s¹³ à 35 degrés d'inclinaison par rapport à l'axe e_x (le cosinus de 35° donne 0.8191... et le sinus 0.5735...). L'intensité turbulente est évaluée très approximativement par comparaison avec celle à l'entrée du tunnel. Le diamètre hydraulique correspond à la section d'injection, soit environ 0.001/sin(35°).

- *injection intrados* : Velocity Magnitude (m/s) : **0** (on n'injecte rien à l'intrados)

- *intrados, extradós, parois* (type « wall ») :

Wall Adhesion : Contact Angle (deg) : **60**

Wall Roughness :

Roughness Height (m) : **0** (rugosité nulle : diamètre nul des aspérités des parois)

Roughness Constant : **0.5** (correspond à des tuyaux lisses : cf. réf. 6.1.5 p.6-81)

Il s'agit de l'angle de contact entre une goutte d'eau et le profil (angle déterminé expérimentalement,

$$\theta = 2 \cdot \operatorname{atg}\left(\frac{h}{r}\right) : \text{cf. Figure 12}$$

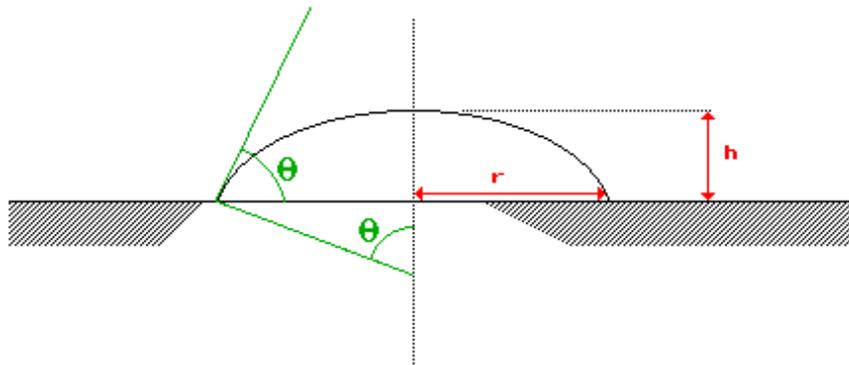


Figure 12: Angle de contact

¹² Soit $d \in \mathbb{N}$ la dimension du problème, soit $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ l'ensemble des vecteurs vitesse à l'entrée du tunnel, $\operatorname{card}(\Omega) = n \in \mathbb{N} \cup \{\infty\}$, soit $\|\cdot\|$ la norme euclidienne dans \mathbb{R}^d , $\mathbf{V} \in \Omega$, $\mathbf{W} \in \Omega$, soit $\xi := \sup_{\mathbf{V}, \mathbf{W} \in \Omega} \|\mathbf{V} - \mathbf{W}\|$ la variation maximale de vitesse à l'entrée, soit $\chi = 1/n \cdot \sum_{\mathbf{V} \in \Omega} \|\mathbf{V}\|$ la moyenne des vitesses à l'entrée du tunnel, alors on définit l'intensité de la turbulence I par $I = \xi/\chi$.

¹³ Soit A [m²] l'aire de la fente d'injection, D [l/min] le débit, v [m/s] la vitesse d'injection, alors on obtient par conversion d'unités la correspondance entre débit d'air injecté et vitesse d'injection par la relation: $v = \chi \cdot D$, $\chi = 1.6 \cdot 10^{-5}/A$. Dans notre cas, $A = 0.15 \cdot 0.001/\sin(35^\circ)$ [m²] = $2.6 \cdot 10^{-4}$, donc $\chi = 0.0612$, ainsi une vitesse de 10 m/s correspond à un débit de 163 l/min.

10) Define → Operating Conditions

- Pressure : Operating Pressure (pascal) : **395100**
- Pressure : Reference Pressure Location :
 - X (m) : **-0.2**
 - Y (m) : **0**
- Gravity : **ON**
- Gravity : Gravitational Acceleration :
 - X (m/s²) : **0**
 - Y (m/s²) : **-9.81**

Le choix de la pression de 395100 pascal à l'entrée de tunnel (-0.2 m, position qui dépend évidemment de la façon dont on a réalisé le maillage) nous assure un régime expérimental sans cavitation (ce qui permet la comparaison avec des expériences réalisées dans le tunnel de cavitation).

11) Report → Reference Values :

- Area (m²) : **0.015** (aire projetée du profil dans le plan parallèle à la direction de l'écoulement $y = 0$)
- Density (kg/m³) : **998.2002** (la densité de l'eau)
- Depth (m) : **0.15** (largeur du profil, intervient dans les intégrales de surface)
- Enthalpy (J/kg) : **0**
- Length (m) : **0.1** (longueur de la corde)
- Pressure (pa) : **0**
- Temperature (K) : **288.16** (correspond à la température des expériences dans le tunnel)
- Velocity (m/s) : **15** (vitesse de l'écoulement à l'entrée du tunnel)
- Viscosity (kg/m s) : **0.001003** (la viscosité de l'eau)
- Reference Zone : **fluid**

Ce sont les mêmes valeurs de références que celles utilisées lors des mesures pratiques dans le tunnel à cavitation

12) Solve → Controls → Solution : Choisir la configuration par défaut en résolvant toutes les équations

13) Solve → Initialize → Initialize :

- Compute From : choisir la zone définie comme l'entrée du tunnel puis cliquer sur « Init ». Cela initialise les valeurs de certaines grandeurs physiques en fonction de l'écoulement à l'entrée, en les rapprochant de la valeur qu'elles prendront lorsque la solution aura convergé, et donc assure une convergence plus rapide et certaine. Dans tous les cas, il faut bien vérifier que la vitesse de référence soit celle spécifiée au point 9 comme vitesse à l'entrée du tunnel.

14) Solve → Monitors

- Residual Monitors : Options :
 - Print : **ON** (affiche les résidus à l'écran)
 - Plot : **ON** (réalise un graphique des résidus en fonction des itérations)
- Force Monitors : Coefficient : **Drag ; Lift ; Moment** (mêmes opérations pour les trois grandeurs)
 - Options :
 - Print : **ON** (affiche la grandeur à l'écran)
 - Plot : **ON** (graphique de la grandeur en fonction des itérations)
 - Write : **ON** (sauvegarde les valeurs dans un fichier)
 - File Name : **nom du fichier de sauvegarde**
 - Wall Zones : **extrados, intrados**
 - Moment Center : centre de gravité par exemple : indiquer ses coordonnées
 - Apply

15) Solve → Iterate : Number of Iterations : nombre d'itérations à spécifier, puis lancer le calcul

Remarques pratiques:

- vérifier après quelques itérations que la masse volumique dans le tunnel est bien celle de l'eau et non celle de l'air (Display → Contours → Density)
- si une divergence apparaît, baisser légèrement les paramètres de relaxation sous le point 12 et vérifier que le schéma de viscosité numérique est bien du premier ordre (meilleure stabilité mais moins bonne convergence). Néanmoins, si on opte pour une approche graduelle de la solution (cf. dernière remarque), alors il est très rare de devoir baisser ces paramètres de relaxation.
- Fluent permet de changer à n'importe quel moment les paramètres des points 1 à 15 et relancer les itérations sans initialiser à nouveau les grandeurs physiques
- le coefficient de portance C_L varie très facilement même si les résidus sont très faibles. Soit C_L^{800} la valeur du coefficient de portance après $n = 800$ itérations, soit $C_L^\infty = \lim_{n \rightarrow \infty} C_L(n)$, soit ε t.q. $C_L^\infty = C_L^{800} + \varepsilon$, alors il n'est pas rare du tout que $\varepsilon \in [0.3 \cdot C_L^{800}, \infty[$. Il faut donc impérativement

plusieurs milliers d'itérations pour obtenir un coefficient de portance convergé : l'observation seule des résidus ne suffit pas à conclure.

- pour sauvegarder un fichier de configuration (étapes 1 à 15), ainsi que les données dès qu'on effectue quelques itérations, sélectionner : File → Write → Case & Data
- en suivant ces étapes de configuration et en imposant directement un très fort débit d'injection, il est très probable que la solution ne converge pas et s'arrête prématurément car une divergence a été détectée. La meilleure manière de procéder est une approche graduelle (*fortement conseillé*). Supposons par exemple vouloir une injection de 1'000 l/min (une vitesse d'injection de 61.2 m/s au point 9). Pour converger relativement rapidement, il faut d'abord imposer une vitesse de 0 m/s (permet de trouver une valeur correcte de vitesse du fluide et de la pression). Après une trentaine d'itérations, imposer une vitesse de par exemple 6.12 m/s, vérifier l'allure de la poche (Display → Contours → Phases). Si la forme de la poche est conforme à ce que on pourrait s'attendre pour ce type d'écoulement, modifier la vitesse d'injection directement à 61.2 m/s (approche graduelle des conditions d'écoulement).

- **B) Régime sans cavitation biphasique stationnaire avec injection d'air extradors – meilleure stabilité et convergence**

Cette configuration est adaptée à des écoulements admettant de fortes recirculations du fluide, par exemple pour des débits de 200 l/min et plus, ou bien pour l'étude du coefficient de portance, où les erreurs de troncature de la simple précision peuvent être diminuées en passant à la double précision. Il s'agit de la configuration la plus souvent utilisée dans cette étude, ainsi que celle donnant les meilleurs résultats. On ne mentionne que les étapes qui diffèrent de celles de la configuration **A**.

1) Lancer fluent en double précision avec la ligne de commande suivante : fluent 2ddp

6) Define → Models → Viscous

- Model : **Reynolds Stress** : il s'agit des équations de Navier-Stokes moyennées
- Reynolds Stress Options :

Wall B.C. from k Equation

Wall Reflection Effects

- Near-Wall Treatment : **Non equilibrium wall functions**
- Model Constants : valeurs par défaut

- **C) Régime sans cavitation biphasique non stationnaire avec injection d'air extradors – itérations rapides**

On ne mentionne que les étapes qui diffèrent de celles de la configuration **A**.

5) Define → Models → Solver :

- Time : **Unsteady** : étude non stationnaire du problème physique
- Unsteady Formulation : **1st-Order Implicit** : ordre suffisant pour la majorité des problèmes selon la référence 6.1.5 p.8-69

8) Define → Models → Multiphase :

- VOF Scheme : **Geo-Reconstruct¹⁴** : adapté pour des maillages non structurés, le code réalise une interpolation linéaire de l'interface dans chaque cellule (cf. réf. 6.1.5 p.15-6).
- Courant Number : **0.25** : il s'agit de la condition de stabilité CFL (Courant-Friedrich-Levy, cf. réf. 6.1.5 p.17-55, réf. 6.2.5)¹⁵. Si la solution diverge, on peut diminuer CFL, puis l'augmenter

¹⁴ Ce schéma permet d'obtenir les meilleurs résultats au prix d'une stabilité certaine. Si des solutions divergent après quelques pas de temps, choisir: VOF Scheme : **Euler Explicit**. Modifier encore dans le point 12) Solve → Controls → Solution: Discretization: Volume Fraction: **Second Order Upwind** (cf. réf. 6.1.5 p.15-17). La formulation explicite a malheureusement tendance à former une poche d'air sensiblement plus uniforme que celle engendrée par le code "Geo-Reconstruct", ce qui s'éloigne de l'observation expérimentale. La formulation implicite n'est pas adaptée car elle fournit un résultat moyenné similaire à celui de la formulation stationnaire. On notera aussi que le mode "Donor-Acceptor" visible sur la photographie de la réf. 6.1.5 p.15-15 n'existe pas dans la version 5.0.2 de Fluent.

¹⁵ Définissons le nombre CFL. Soit un problème faisant apparaître une partie de transport généralisée du type $\frac{\partial}{\partial t} V + a \cdot \frac{\partial}{\partial x} V + a_0 V = f$, soit $V^n(x) = V(x, t_n)$, $V_j^n = V(x_j, t_n)$, soit la transformation de Fourier de la condition initiale $V^0(x) = \sum_{k \in Z} \alpha_k e^{ik \cdot x}$, $\alpha_k = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int_{IR} dx V_0(x) \cdot e^{-ik \cdot x}$, alors par récurrence on peut écrire que $V_j^n = \sum_{k \in Z} \alpha_k e^{ik \cdot j \Delta x} (\gamma_k)^n$. Soit la norme $\| \cdot \|_{\Delta, p}$ définie par

lorsque la stabilité a été atteinte

12) Solve → Controls → Solution :

- Choisir la configuration par défaut et résoudre toutes les équations
- Discretization : Pressure-Velocity Coupling : **PISO** : conseillé par la réf. 6.1.5 p.8-70, p.17-52, lorsque on utilise la méthode de projection (point 5 « segregated solver ») et un problème non stationnaire. Ce choix permet d'utiliser un pas de temps plus grand (cf. réf. 6.1.5 p.17-52).
- Under-Relaxation Factors : soit τ_p le facteur de relaxation de la pression, τ_M celui du moment, alors il faut de préférence que $\tau_p + \tau_M = 1$ (cf. réf. 6.1.5 p.17-53).
- Piso Parameters :
 - Skewness Correction : **ON** : permet d'obtenir, à partir d'un maillage non structuré fortement distordu, une convergence aussi rapide qu'avec un maillage de meilleure qualité.
 - Neighbor Correction : **ON** : algorithme de correction de la pression et du moment dans chaque cellule. Cet algorithme nécessite un peu plus de temps de calcul mais réduit considérablement le nombre d'itérations nécessaire pour converger (cf. réf. 6.1.5 p.17-22).

Iterations : **1**

14) Solve → Monitors → Statistic :

- Statistics : **time**
- Options :
 - Print : **ON** (affiche la grandeur à l'écran)
 - Plot : **ON** (graphique de la grandeur en fonction des itérations)

15) Solve → Iterate :

- Time Step Size (s) : **1e-7** : cette valeur (pas de temps Δt) doit être ajustée pour qu'il y ait convergence après 10 à 20 itérations (cf. réf. 6.1.5 p.8-73) : diminuer (respectivement augmenter) Δt diminue (respectivement augmente) le nombre d'itérations nécessaire à la convergence¹⁶. Etant donné que nous avons choisi des formulations implicites, Δt ne doit pas forcément vérifier la condition CFL du point 8 (stabilité inconditionnelle, cf. réf. 6.2.5).
- Number of Time Steps : **0** : nombre de pas de temps, commencer par de faibles valeurs
- Max Iterations per Time Step : **20** : soit M le nombre maximum d'itérations par pas de temps (ici $M = 20$), N le nombre de pas de temps (ici $N = 0$), alors le nombre total maximal d'itérations sera $I_{max} = (N+1) \cdot M$ (ici $I_{max} = 20$).
- Reporting Interval : **1**
- UDF Profile Update Interval : **1**

16) File → Write → Autosave :

- Autosave Case Frequency : **10**
- Autosave Data Frequency : **10**

Il s'agit d'une nouvelle étape par rapport à la configuration **A**. Cela permet de sauvegarder les données tous les $x \in \mathbb{IN}$ pas de temps Δt (par exemple $x = 10$).

Remarques pratiques:

- S'il s'écoule un trop grand laps de temps (plus de 5 minutes) avant que la première itération ne soit effectuée lorsque on lance les itérations au pas de temps $n \cdot \Delta t$, $n \in \mathbb{IN}$, alors Δt est trop grand. Diminuer Δt d'un facteur 10.

$\|\mathbf{V}\|_{\Delta, p} = \left(\sum_{j=1}^3 \Delta x_j |V_j|^p \right)^{1/p}$, alors si $|\gamma_k| < 1 \forall k$ le schéma numérique est stable par rapport à la norme $\|\cdot\|_{\Delta, 2}$. Dans le cas d'une discrétisation d'Euler centrée, on aura toujours $|\gamma_k| > 1 \forall k, x, t$, donc le schéma est inconditionnellement instable. Pour la méthode Upwind, Lax-Friedrich, Lax-Wendroff on obtient $|\gamma_k| < 1 \forall k, x, t \Leftrightarrow \text{CFL} = \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot \max_{x,t} |a(x,t)| < 1$, définissant ainsi le nombre CFL (Courant-Friedrich-Levy) et sa fonctionnalité. Une formulation tridimensionnelle du nombre CFL est proposée dans la référence 6.1.5 p. 17-29.

¹⁶ Le choix du pas de temps doit en tout cas être inférieur à la période des lâchés de poche dans notre cas. Soit ν [s⁻¹] la fréquence des lâchés, L [m] une longueur caractéristique choisie comme la longueur de la poche (par exemple un régime où la poche d'injection d'air dépasse le profil $L = c = 0.1$ [m]), V une vitesse de référence choisie comme étant celle de l'écoulement amont (par exemple $V = 15$ m/s), alors on définit le nombre de Strouhal S [-] par $S = \frac{\nu L}{V}$. Pour un écoulement avec lâchés, la référence 6.2.3

p.148 donne une valeur de $S \in [0.2, 0.3]$. On obtient ainsi une période de lâchés de $T = 1/\nu = \frac{L}{S \cdot V}$. Dans notre cas l'application numérique donne $T \in [0.02, 0.03]$, donc le pas de temps proposé est sensiblement inférieur à la période des lâchés. La faible valeur proposée pour Δt est celle qui assure la convergence pour une injection de 30 l/min en milieu fini $\forall n \in \mathbb{IN}$ t.q. $t = n \cdot \Delta t$, $n < n^* \in \mathbb{IN}$, $n^* \approx 140$ (avec un pas de temps de 10^{-5} , il y a divergence après la première itération déjà). Si on choisit à la place de "Geo-Reconstruct" la méthode "Euler Explicit", un pas de temps de $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4}$ [s] est une borne supérieure (la stabilité est assurée, mais il s'agit du temps nécessaire à l'initialisation de l'algorithme qui devient alors supérieur à 10 minutes).

- si la solution diverge, diminuer d'un facteur 10 le pas de temps jusqu'au moment où il y a convergence, ou lire la note 14 au bas de la p.17.
- une méthode pour obtenir plus rapidement de bons résultats (similaire à l'exemple 2 tome 3 de la réf. 6.1.4) est de procéder comme suit :
 - 1) faire converger la solution en stationnaire
 - 2) choisir 0 pas de temps (point 15 : Solve → Iterate → Number of Time Steps → 0) et lancer suffisamment d'itérations pour que la solution converge selon des critères exigeants
 - 3) lancer à présent la série d'itérations tel que proposé dans le point 15, avec $N > 0$. Si des problèmes apparaissent, diminuer sensiblement le pas de temps.
- *D) Régime sans cavitation biphasique non stationnaire avec injection d'air extrados – meilleure stabilité et convergence*

Les calculs non stationnaires nécessitant déjà beaucoup de temps, la configuration **C** s'avère suffisante. On ne mentionne que les étapes qui diffèrent de celles de la configuration **C**.

- 1) Lancer Fluent en double précision avec la ligne de commande suivante : fluent 2ddp
- 6) Définir → Modèles → Viscous
 - Modèle : **Reynolds Stress** : il s'agit des équations de Navier-Stokes moyennées
 - Reynolds Stress Options :
 - Wall B.C. from k Equation**
 - Wall Reflection Effects**
 - Near-Wall Treatment : **Non equilibrium wall functions**
 - Model Constants : valeurs par défaut

2.2.3 Traitement des données (Ensign 6.2.1)

On présente en détail comment, à partir d'un fichier au format Ensign 5, calculer le débit par unité de longueur de phase primaire traversant une ligne quelconque. Le signe « : » signale qu'il s'agit d'une fenêtre, tandis que « → » signifie un menu déroulant. L'abréviation « c/s » veut dire « cliquer sur ».

- 1) Lancer Ensign avec la ligne de commande suivante : ensight6
- 2) Procédure de chargement de fichiers :
 - Ensign : File → Data Reader
 - File Selection :
 - Files : c/s « nom_du_fichier.geo »
 - c/s « (set) Geometry »
 - Files : c/s « nom_du_fichier.res »
 - c/s « (set) Result »
 - c/s « Okay »
 - Data Part Loader : c/s « Load All »
- 3) Créer une ligne pour le calcul du débit par unité de longueur :
 - Ensign : Using Feature : Clip Create/Update : c/s 5^{ème} icône
 - Ensign : Use Tool : choisir « Line »
 - Ensign : c/s « Tool Location »
 - Transformation Editor (Line Tool) : entrer les coordonnées $\{x, y, z\}$ des 2 points définissant la ligne, appuyer ensuite sur ENTER.
 - Ensign : Using Parts : c/s le nom dans la liste qui correspond à la partie contenant la ligne
 - Ensign : c/s « Create »
- 4) Calculer le débit :
 - Ensign : Using Feature Clip Create/Update : c/s 1^{er} icône
 - Feature Detail Editor (Variables) :
 - Available Variables :
 - c/s « Velocity »
 - c/s « Activate »
 - Variables Creation :
 - General :
 - c/s « Flow »
 - c/s « Okay »
 - Active Variables :
 - c/s « Velocity »
 - c/s « Evaluate »

Le débit est alors affiché dans le cadre « Feature Detail Editor (Variables) → Variables Creation : Available Variables », sous le nom « Flow ».

3. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

Cette section expose une sélection d'images, i.e. les résultats les plus significatifs ainsi que les motivations qui ont conduit à leur établissement. L'interprétation est effectuée dans la section 4, en se référant constamment à la matière exposée dans cette section. On revoie à l'annexe 7.2 chapitres correspondants pour une offre plus large d'images. Les tableaux **B**, **C**, ... mentionnent les modifications par rapport au tableau **A**.

A) Configuration correspondant aux sections 3.1.1, 3.1.2, 3.1.3, 3.1.4, 3.2.1	
Existence de cavitation	NON
Injection d'air	OUI
Injection « suction side »	OUI
Injection « pressure side »	NON
Angle d'incidence α [deg]	0
Vitesse de l'écoulement à l'entrée de la veine d'essai V [m/s]	15
Pression de référence à l'entrée de la veine d'essai p_{ref} [Pa]	~395'100
Maillage : milieu « fini » ou milieu « infini »	FINI
Simulation stationnaire ou non stationnaire	STATIONNAIRE

B) Configuration correspondant aux sections 3.1.3, 3.2.1	
Maillage : milieu « fini » ou milieu « infini »	INFINI

C) Configuration correspondant aux sections 3.3.1, 3.3.2, 3.3.3	
Simulation stationnaire ou non stationnaire	NON STATIONNAIRE

Le tableau suivant reproduit une convention sur les unités des graphiques.

Type de graphique	Unités
Contours de pression	Pascal
Contours de vitesse	m/s
Contours de phases	Fraction d'air dans l'eau (1 = 100% air, 0 = 100% eau)
Vecteurs vitesse	Longueur des vecteurs proportionnelle à la norme de la vitesse, couleur du vecteur fonction de son angle (degrés) par rapport à la direction locale de l'écoulement

3.1 Evaluation de la valeur des résultats stationnaires par l'analyse d'isosurfaces

3.1.1 Forme de la poche d'air injecté

Un premier test de validation des résultats numériques consiste à comparer les formes numériques et expérimentales de la poche d'air injecté. La Figure 13 représente la forme de la poche pour des débits de 90, 137, 500 l/min.

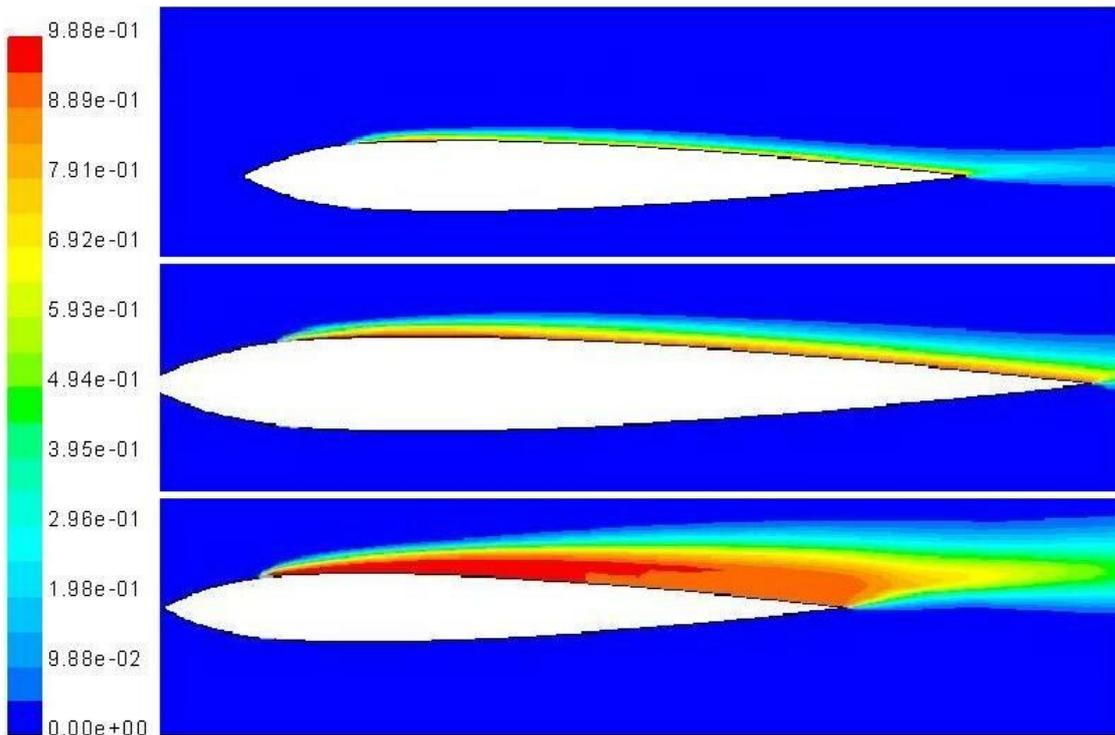


Figure 13: 90, 137, 500 l/min, milieu fini, stationnaire, forme de la poche d'air

Définissons l'interface air-eau par une densité d'air de 0.75 (orange clair sur la Figure 13). Nous observons alors que la poche n'est pas attachée, i.e. qu'elle dépasse le bord de fuite pour tout débit d'injection. Nous constatons aussi que la densité d'air est homogène dans le sens où il n'existe pas de lâchés. Cette figure laisse aussi supposer que pour de forts débits d'injection, les lignes de courant passant à l'intrados sont, au bord de fuite, translatées dans la direction de l'extrados. Cette dernière hypothèse est vérifiée par les lignes de courant de la Figure 16 p.22 (700 l/min). Il existe donc une forte différence entre le calcul numérique (Figure 13) et l'expérience (cf. Figure 6 p.7, Figure 7 p.7).

3.1.2 Pression dans un voisinage autour de la fente d'injection

La Figure 14 montre les contours de pression statique sans injection en milieu fini.

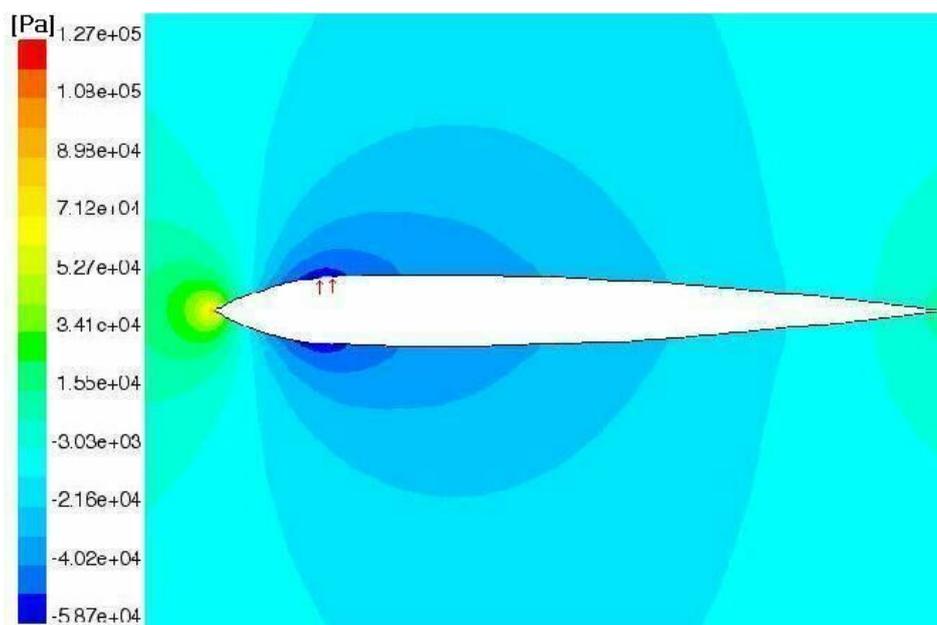


Figure 14: 0 l/min, milieu fini, stationnaire, contours de pression statique sans injection

Nous constatons une surpression au bord d'attaque, qui est due à l'existence d'un point d'arrêt. Les

limites de la fente d'injection sont symbolisées par les deux flèches rouges verticales. Le minimum de pression (et par conséquent le maximum de vitesse, cf. Figure 43 p.47) est centré sur la fente d'injection. Ce minimum de pression n'est pas localisé au point où la section est minimale (i.e. où la largeur du profil est maximale), contrairement à ce que donne un simple raisonnement basé sur l'équation de Bernoulli. Les contours de pression sont parfaitement symétriques.

La Figure 15 représente un agrandissement des contours de pression à l'injection.

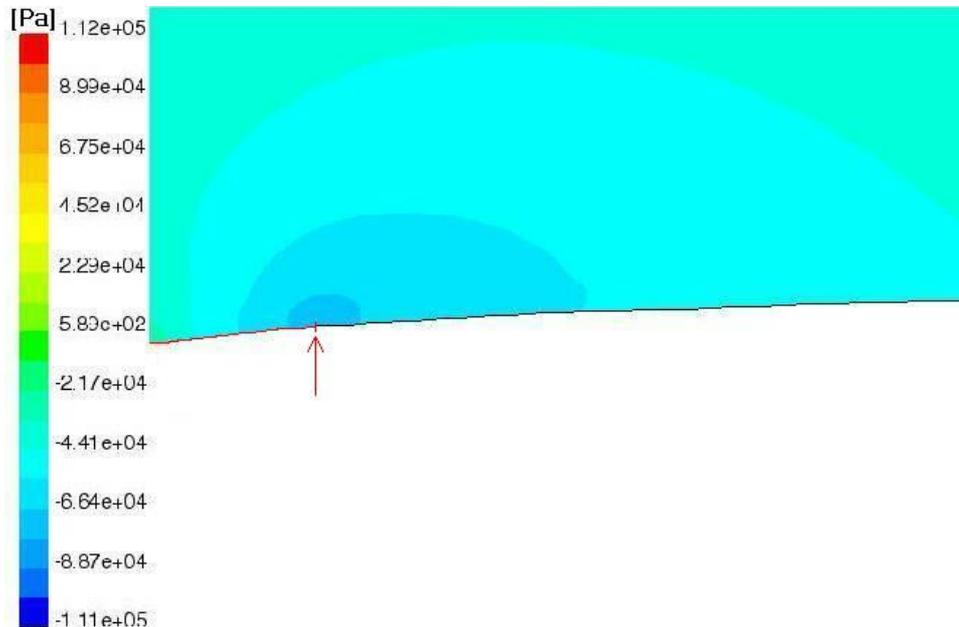


Figure 15: 30 l/min, milieu fini, stationnaire, contours de pression statique: dépression après injection

Il existe donc une forte dépression, de faible amplitude spatiale, en aval de la fente d'injection

3.1.3 Comparaison de la forme de la poche en milieu fini et infini

La Figure 16 représente la comparaison des lignes de courant en milieu fini et infini pour une injection de 700 l/min¹⁷.

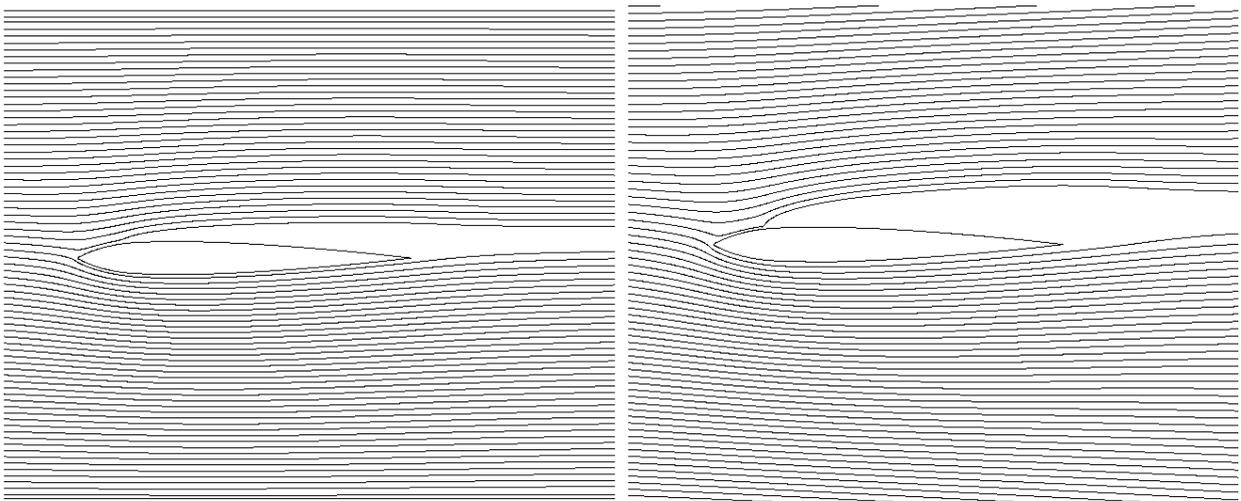


Figure 16: 700 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, lignes de courant et profil

La poche est sensiblement plus épaisse en milieu infini (image de droite) qu'en milieu fini (image de gauche). Les lignes de courant interrompues visibles sur les limites inférieures et supérieures de l'image de droite (milieu infini) mettent en évidence l'absence de parois, et donc l'existence d'un flux sortant de

¹⁷ L'étude de l'écoulement en milieu infini étant expérimentalement sensiblement plus difficile à réaliser qu'en milieu fini, il est important d'évaluer la valeur des renseignements que la méthode numérique est en mesure de nous fournir.

la zone maillée¹⁸.

Sur la base des contours de phases de la section 7.2.1 p.48, on obtient l'épaisseur des poches en milieu fini et infini en fonction de l'injection (cf. Figure 17)

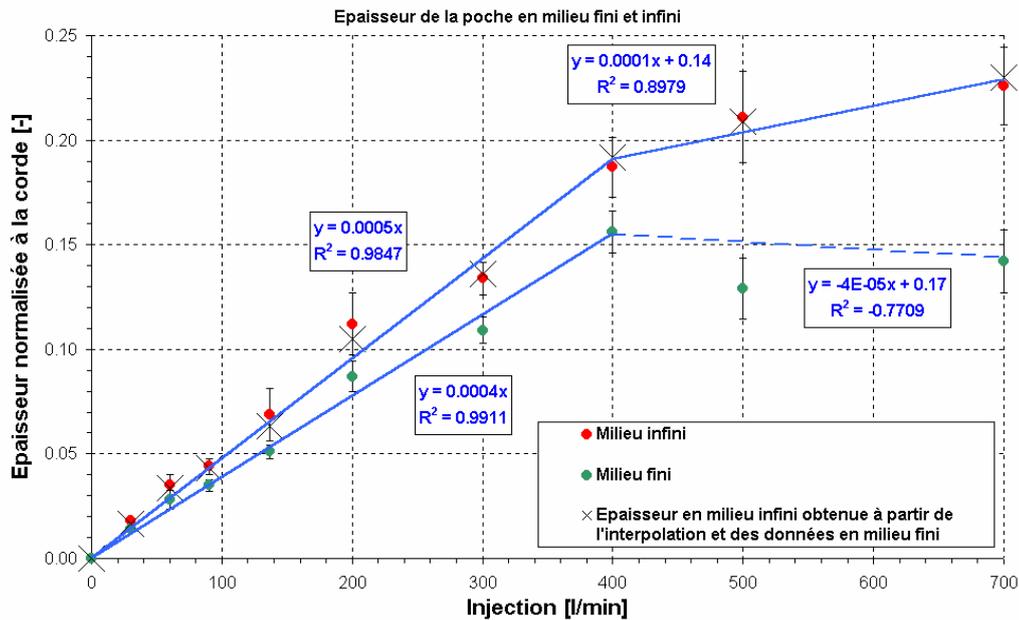


Figure 17: Epaisseur maximale de la poche en milieu fini et infini en fonction du débit¹⁹

L'épaisseur de la poche augmente de façon linéaire en fonction du débit injecté jusque vers 400 l/min²⁰, alors que pour des débits supérieurs elle a tendance à être constante²¹. On cherche une interpolation f de la différence d'épaisseur entre milieu fini et infini (cf. Figure 18).

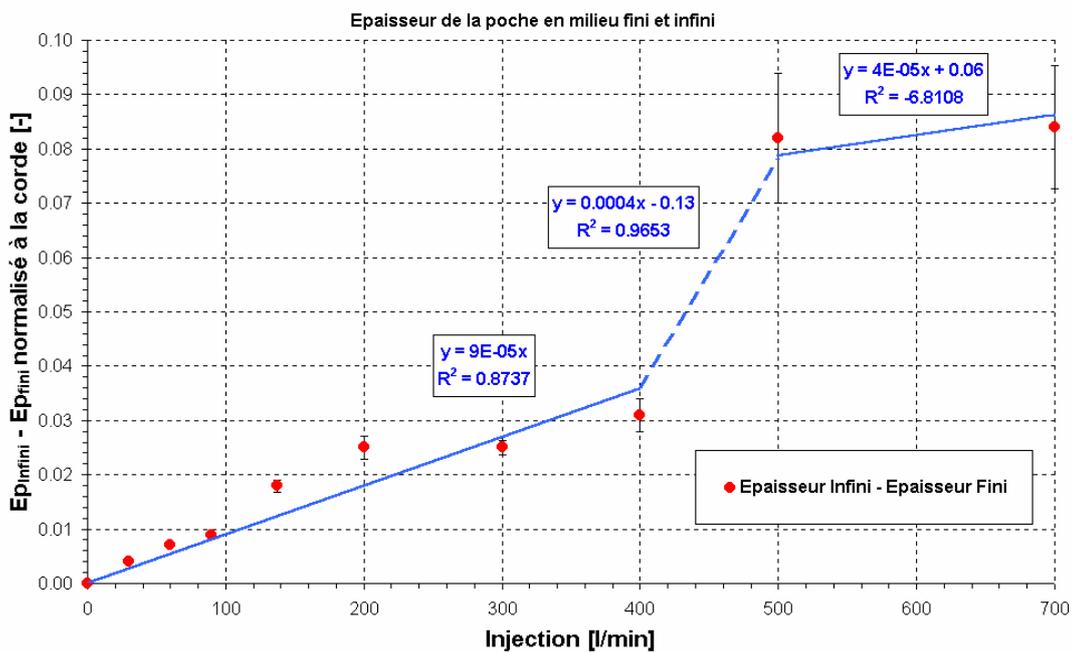


Figure 18: Interpolation des différences d'épaisseur de la poche entre milieu fini et infini

Connaissant l'interpolation f et l'épaisseur de la poche en milieu fini Ep_{fmi} (par observation dans le tunnel de cavitation par exemple), on détermine l'épaisseur de la poche en milieu infini $Ep_{inf} = Ep_{fmi} + f$.

¹⁸ Pour une mise en évidence plus nette du flux sortant, on renvoie en annexe à la Figure 54 p.53 qui représente les lignes de courant en aval du profil.

¹⁹ Le calcul à 1000 l/min n'est pas pris en compte pour cause de résidus trop élevés

²⁰ Nous remarquons d'ors et déjà que le débit de 400 l/min apparaît comme limite de transition entre deux régimes d'écoulement dans Figure 58 p.55 (différences de débit intrados et extrados).

²¹ L'interpolation en milieu fini pour des débits supérieurs à 400 l/min est en traits discontinus car pas assez fiable: il faudrait plus de mesures.

La série de croix de la Figure 17 représente l'épaisseur de la poche en milieu infini obtenue à l'aide de l'interpolation de la Figure 18 et des valeurs en milieu fini.

3.1.4 Déplacement du point d'arrêt pour de forts débits d'injection

Nous constatons que le point d'arrêt est translaté vers le côté en dépression (« suction side ») pour de forts débits d'injection, cette translation étant plus marquée en milieu infini.

La Figure 19 montre que le point d'arrêt, symbolisé par un cercle rouge foncé sur le bord d'attaque, est plus fortement translaté dans la direction de la fente d'injection en milieu infini (image de droite) qu'en milieu fini (image de gauche).

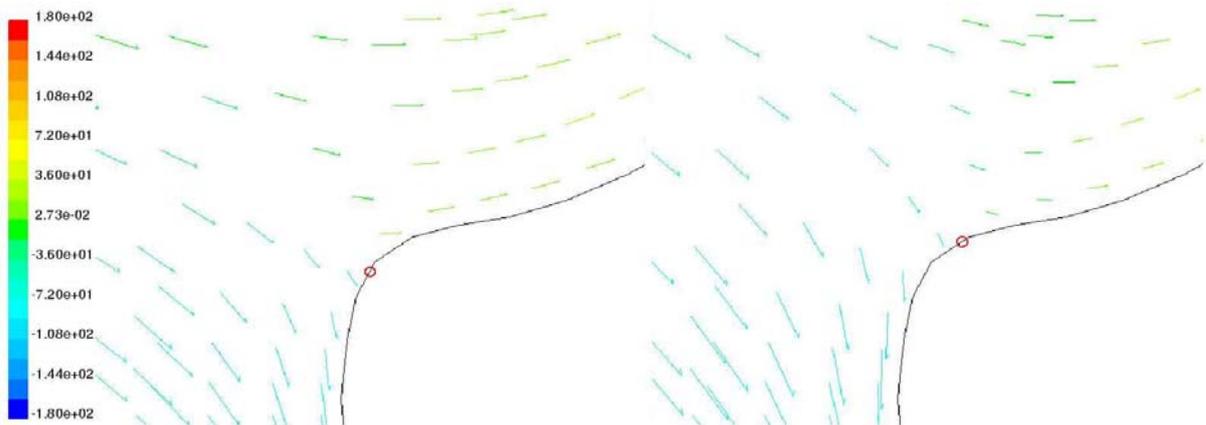


Figure 19: 500 l/min, milieu fini et infini, stationnaire, vecteurs vitesse et point d'arrêt

On renvoie en annexe à la Figure 55 p.53 pour constater que le point d'arrêt n'est que très faiblement décalé pour une injection de 30 l/min, alors qu'aucune différence notable entre milieu fini et infini n'est perceptible.

La Figure 20 représente les contours de pression centrés sur la fente d'injection (dont les limites sont représentées par les flèches verticales) en milieu fini (image de gauche) et infini (image de droite).

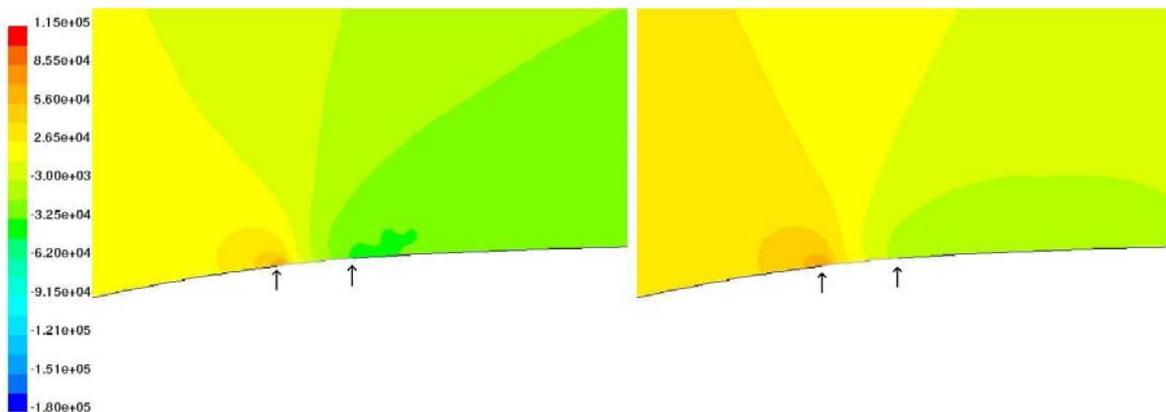


Figure 20: 500 l/min, milieu fini et infini, stationnaire, pression à l'injection

On remarque que la pression en milieu infini (droite) est globalement plus élevée qu'en milieu fini (gauche).

3.2 Portance et traînée en fonction du débit d'injection

3.2.1 Comparaison entre milieu fini et infini

Le profil étudié est destiné à une utilisation en milieu infini. Néanmoins, son étude expérimentale ne peut être réalisée facilement qu'en milieu fini, dans le tunnel de cavitation du LMH par exemple. Une question alors essentielle est de savoir si les mesures expérimentales de portance et traînée dans le tunnel sont liées aux valeurs en milieu infini. Déterminer la relation entre milieu fini et infini (si elle existe) permettrait alors d'obtenir facilement, à partir du tunnel de cavitation, la portance et traînée dans les

conditions de fonctionnement réelles du profil²².

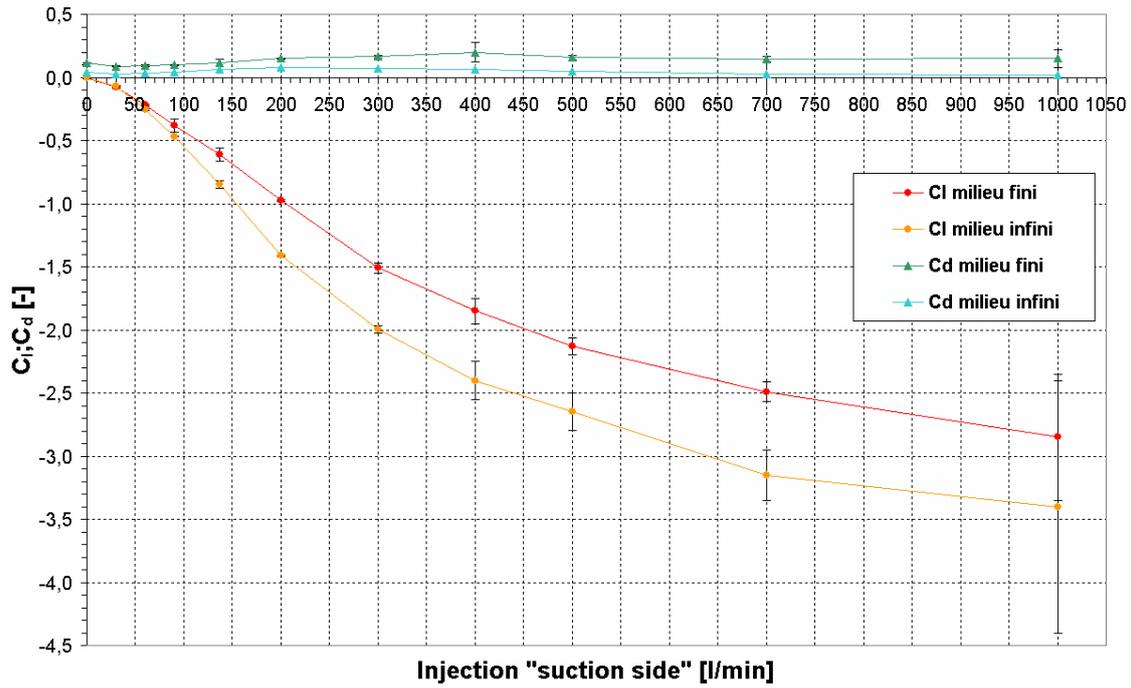


Figure 21: Comparaison de la portance et traînée en milieu fini et infini

La Figure 21 reproduit les valeurs de portance et traînée obtenues numériquement pour un milieu fini et infini. Remarquons déjà que l'augmentation de portance de la Figure 4 p.6 n'est pas reproduite.

La différence de portance entre milieu fini et infini est une fonction monotone croissante du débit d'air injecté. Nous voulons quantifier cette dépendance. La Figure 22 montre les différences de portances interpolées à l'aide d'une équation $f(x)$ de type « chaleur spécifique »²³, soit :

²² Les conditions réelles de fonctionnement ne correspondent pas exactement au milieu infini, mais plutôt à une surface libre, i.e. à l'existence d'une interface air-eau.

²³ Nous ne cherchons pas ici à donner d'explication physique au choix de cette interpolation. Le choix de la fonction est a priori d'intérêt purement mathématique. A l'origine, la fonction $f(x)$ utilisée représente la chaleur spécifique à volume constant $C_V = \frac{\partial U}{\partial T}$ |_{V=cte} obtenue par le modèle d'Einstein (modes acoustiques uniquement) et la statistique de Bose-Einstein, avec U l'énergie interne. Une formulation plus rigoureuse de la chaleur spécifique se fait à l'aide de la physique statistique. Soit $\Lambda \subset \mathbb{R}^d$, soit les variables température T , nombre de particules N définissant l'état du système Λ , soit k_B la constante de Boltzmann, $d \in \mathbb{N}$ la dimension du problème, h la constante de Planck, soit $\beta = (k_B T)^{-1}$, soit $H(T, N, \Lambda)$ l'hamiltonien du système, soit $\mathbf{p} = (\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_N) \in \mathbb{R}^{d \cdot N}$ les moments conjugués, $\mathbf{q} = (\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_N) \in \mathbb{R}^{d \cdot N}$ les positions des particules, soit $\Gamma_{N,\Lambda}(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ l'espace de phase, soit $d^N \omega = (d\mathbf{p}_1, \dots, d\mathbf{p}_N, d\mathbf{q}_1, \dots, d\mathbf{q}_N)/h^{d \cdot N}$, soit la fonction de partition canonique $Q(T, N, \Lambda) = \int_{\Gamma_{N,\Lambda}} d^N \omega \exp(-\beta H)$, alors la distribution de probabilité de

l'état canonique est donnée par : $\rho(\mathbf{p}, \mathbf{q}) = \frac{\exp(-\beta H)}{Q(T, N, \Lambda)}$. La valeur moyenne $\langle A(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \rangle$ d'une observable quelconque $A(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ se

trouve donc en calculant $\langle A(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \rangle = \int_{\Gamma_{N,\Lambda}} d^N \omega A(\mathbf{p}, \mathbf{q}) \rho(\mathbf{p}, \mathbf{q})$. On vérifie alors facilement que la valeur moyenne de l'énergie \langle

$H \rangle$ s'obtient par la relation $\langle H \rangle = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln(Q)$. Par définition de la chaleur spécifique à volume constant C_V , on obtient : $C_V = \frac{\partial}{\partial T}$

$\langle H \rangle = \frac{\beta}{T} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \ln(Q)$. Le modèle d'Einstein dit que la pulsation est linéaire en le nombre d'onde $\omega = c \cdot \|\mathbf{k}\|$ (modes acoustiques), avec

c la vitesse du son dans le milieu, $\mathbf{p} = \frac{h}{2 \cdot \pi} \cdot \mathbf{k}$. On obtient ainsi l'hamiltonien $H = \frac{h \cdot \omega}{2 \cdot \pi} = c \cdot \|\mathbf{p}\|$, ce qui permet de trouver la chaleur spécifique correspondant au modèle d'interpolation utilisé.

$$f(x) = -\frac{A}{(B \cdot x)^2} \cdot \frac{\exp\left(\frac{1}{B \cdot x}\right)}{\left(\exp\left(\frac{1}{B \cdot x}\right) - 1\right)^2} \quad A, B \in \mathbb{R} \quad (3.1)$$

avec $A = 0.61$, $B = 0.0023$ des constantes d'interpolation, et x [l/min] le débit d'air injecté.

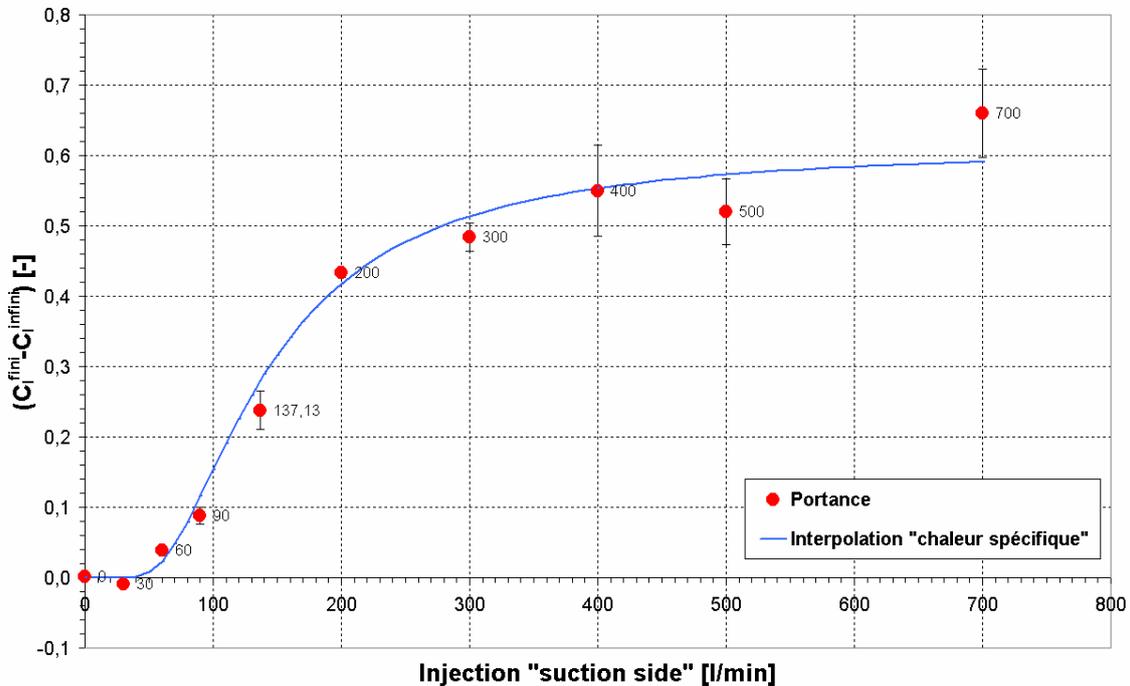


Figure 22: Interpolation des différences de portance

Pour de faibles injections la différence de portance est négligeable, tandis qu'elle devient constante pour de forts débits. Il est plus difficile de trouver une interpolation de classe C^1 pour la traînée (cf. annexe Figure 56 p.54). Les valeurs de portance en milieu infini obtenues par l'interpolation (3.1) sont très proches des valeurs numériques (cf. annexe Figure 57 p.54).

Nous désirons savoir dans quelle mesure la différence de portance entre milieu fini et infini peut être reproduite par l'équation de Bernoulli. Pour cela, on choisit deux lignes d'intégration l_1 , l_2 pour le calcul du débit, définies par $l_1 = (10, y > 0)$, $l_2 = (10, y < 0)$ (cf. Figure 23)²⁴.

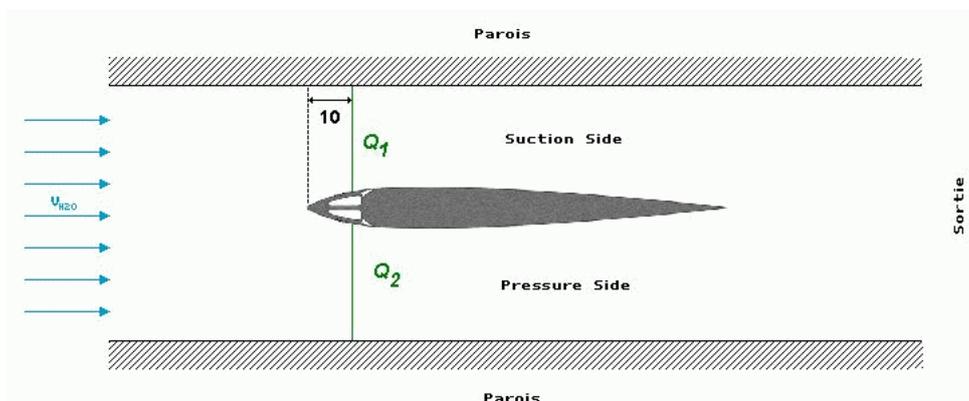


Figure 23: Choix des lignes pour le calcul des débits intrados et extrados

²⁴ Le choix des lignes d'intégration en $x=10$ [mm] est motivé par trois considérations. La première est qu'en ce point, le débit ayant quitté le volume de contrôle par les parois supérieures et inférieures en milieu infini est plus faible que pour $x > 10$. La deuxième est que x doit être supérieur à 0 pour éviter que la position du point d'arrêt Γ soit telle que $\Gamma > x$ (cf. section 3.1.4 p.24: translation du point d'arrêt). Enfin, la troisième et dernière considération (la plus importante), est que le point $x = 10$ est la meilleure approximation possible de la pression moyenne sur le profil en respectant les deux conditions précédentes (cf. annexe Figure 76 p.64), permettant ainsi une meilleure estimation de la portance.

La différence de débits entre intrados et extrados pour un milieu fini et infini²⁵ est représentée en annexe, Figure 58 p.55. A partir de la connaissance des débits, l'équation de Bernoulli permet de retrouver la pression moyenne p le long des lignes l_1 et l_2 (l'équation (1.10) montre que $p_i \approx Q_i^2$, $i = 1, 2$), donc la portance sous l'hypothèse que la pression sur le profil n'est pas très différente de la pression moyenne à l'intrados ou à l'extrados. La comparaison entre la portance obtenue par les débits et celle calculée numériquement de façon directe est représentée dans la Figure 24.

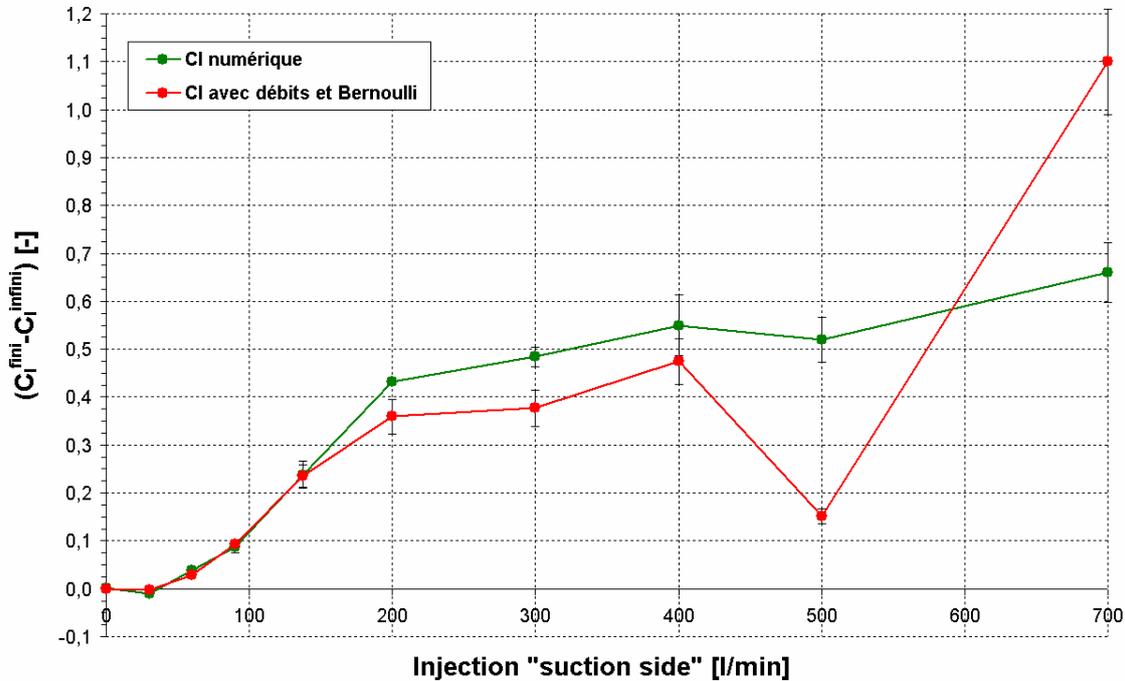


Figure 24: Fraction des effets dus au débit (Bernoulli) dans la différence de portance fini-infini

La courbe rouge (respectivement verte) représente la différence de portance obtenue par les débits (respectivement par calcul numérique direct). La correspondance est très bonne pour des débits inférieurs à 137 l/min, apparaît alors un léger décalage jusque vers 400 l/min, débit à partir duquel les portances diffèrent sensiblement. Malgré de grands écarts, les tendances (décroissance ou croissance) sont toujours respectées.

3.3 Potentialités de la simulation non stationnaire

Comme mentionné dans la note 14 p.17, le schéma multiphasique « Geo-Reconstruct » engendre facilement une instabilité temporelle. Il n'est donc pas possible d'utiliser des pas de temps suffisamment longs pour étudier les lâchés de poches ou bulles. C'est pourquoi on opte aussi pour une étude basée sur le schéma multiphasique « Euler Explicit » qui semble être inconditionnellement stable.

On rappelle que de nombreuses images complémentaires sont proposées dans l'annexe 7.2.3 p.55.

3.3.1 Schéma multiphasique « Geo-Reconstruct »

Etant donné l'instabilité temporelle du schéma, nous décidons de partir d'une solution stationnaire qui a convergé en milieu fini, à partir de laquelle nous appliquons les algorithmes non stationnaires. Cette méthode permet d'obtenir une poche dont la longueur est équivalente à celle qui serait obtenue après $\Delta t > 0.1$ [s]²⁶.

²⁵ Remarquons qu'il n'est a priori pas possible de calculer les débits de cette façon en milieu infini, à cause du flux non nul sortant de la surface de contrôle par les parois supérieures et inférieures. Néanmoins, le raisonnement de la section 4.2.1 p.36 montre que les débits calculés de la sorte en milieu infini sont en première approximation valides.

²⁶ A cause de l'instabilité de ce schéma biphasique, les pas de temps Δt sont de l'ordre de 10^{-4} [s] au maximum. Sachant que l'écoulement d'eau à l'entrée de la veine d'essai a une vitesse de 15 m/s, la solution diverge déjà après que l'air injecté ait franchi 1.5 [mm], ce qui évidemment est trop faible pour mettre en évidence les spécificités du mode "Geo-Reconstruct".

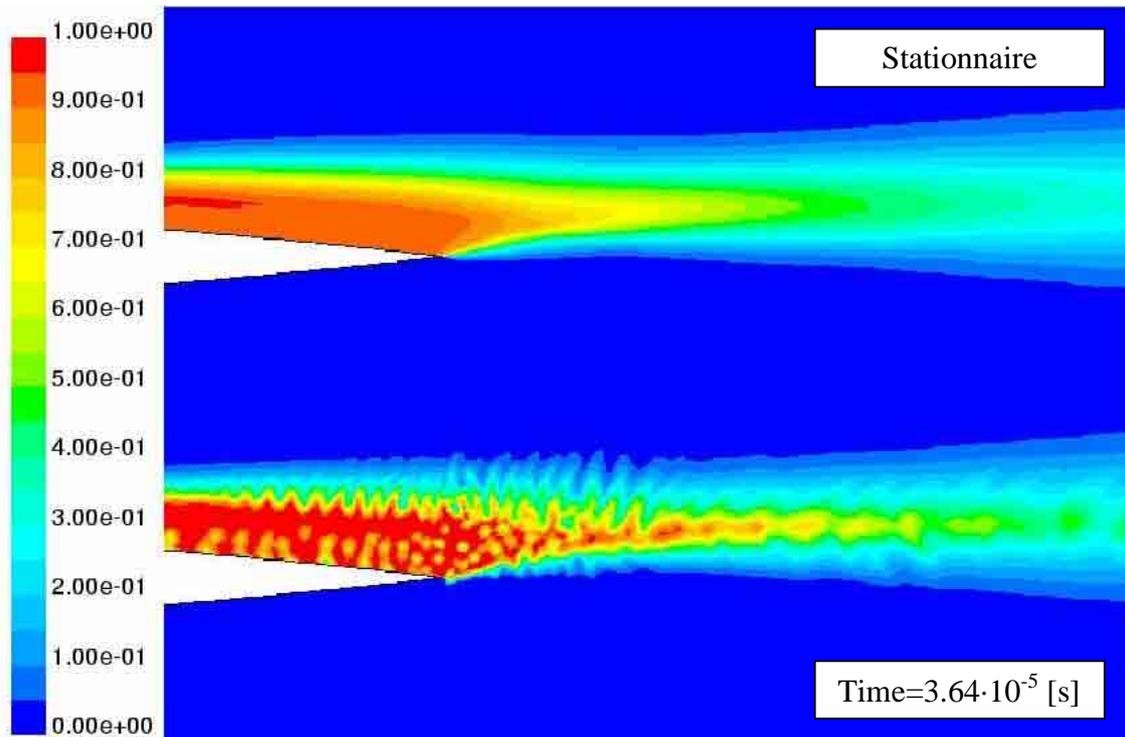


Figure 25: 500 l/min, milieu fini, (non) stationnaire, “Geo-Reconstruct”, phases au bord de fuite

La partie supérieure de la Figure 25 représente la solution stationnaire à partir de laquelle le code non stationnaire a été lancé (partie inférieure). Pour poursuivre les itérations sans diverger, il aurait fallu passer à un pas de temps de 10^{-8} [s], ce qui est trop petit pour espérer que la forme de poche soit sensiblement modifiée.

Un calcul similaire pour une injection de 137 l/min révèle une distribution d'air sensiblement moins homogène au bord de fuite (cf. Figure 26).

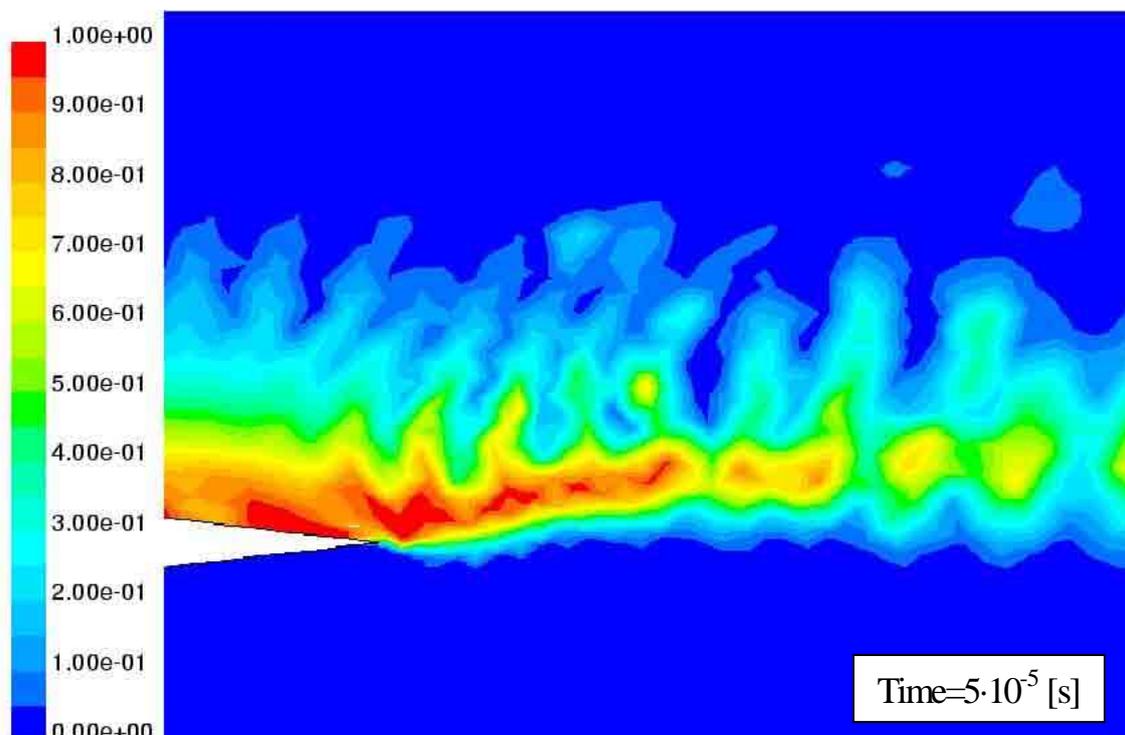


Figure 26: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, “Geo-Reconstruct”, phases bord de fuite

L'allure très faiblement homogène de la densité d'air se rapproche sensiblement plus de la réalité que ne l'a fait la simulation stationnaire.

Dans le cas d'une injection à 30 l/min, on représente les lâchés²⁷ du bord de fuite pour deux pas de temps très rapprochés, stabilité oblique (cf. Figure 27²⁸).

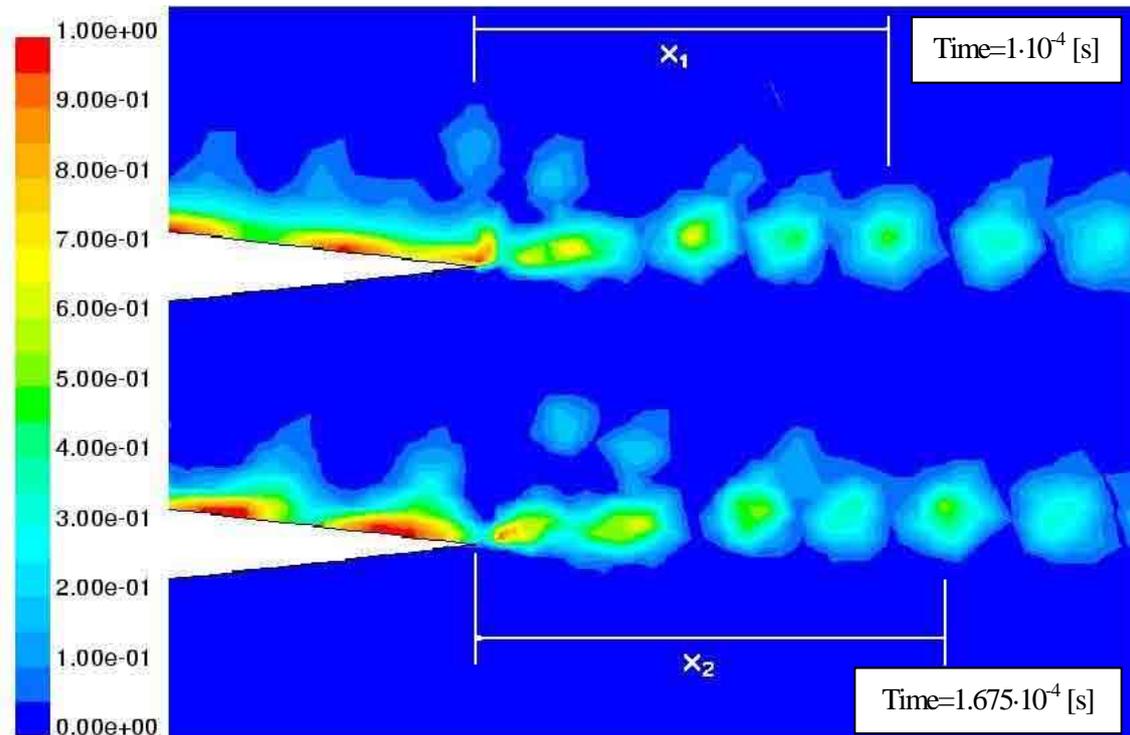


Figure 27: 30 l/min, milieu fini, non stationnaire, “Geo-Reconstruct”, phases bord de fuite

On retrouve très clairement des formes géométriques similaires mais légèrement translattées vers la droite, direction de l'écoulement. La mesure de la vitesse des bulles au bord de fuite sur une très courte période temporelle donne : $\Delta x = x_2 - x_1 = 7.85 \cdot 10^{-4}$ [m], avec $\Delta t = 6.75 \cdot 10^{-5}$ [s] on obtient $v = \Delta x / \Delta t = 11.6 \pm 4.6$ [m/s]. La vitesse de l'écoulement donnée par Fluent dans cette région est de $v_{Fluent} = 12.5 \pm 0.5$ [m/s]. En calculant la distance moyenne δ entre les bulles d'air, et connaissant la vitesse v de ces dernières, on peut évaluer la période des lâchés T , i.e. $T = v \cdot \delta = 0.0156 \pm 0.008$ [s]. A titre de rappel, la période estimée à l'aide du nombre de Strouhal dans la note 16 est de $T \in [0.02 ; 0.03]$ [s].

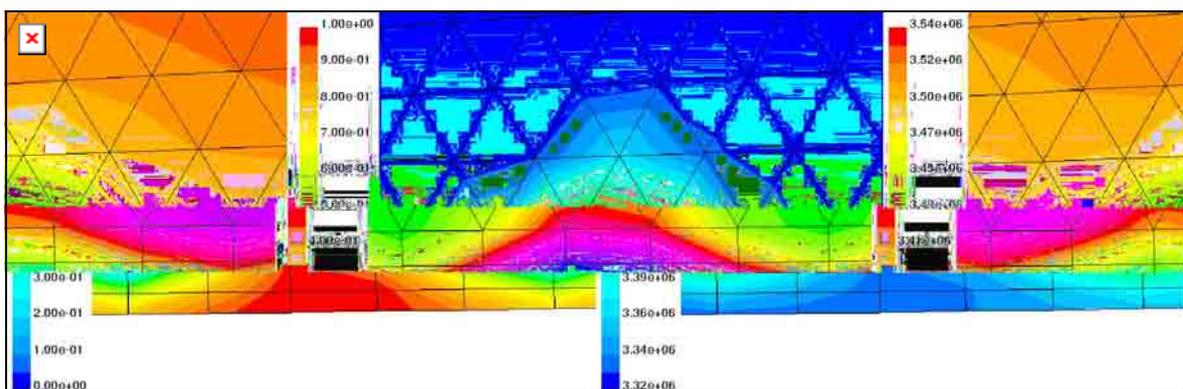


Figure 28: 30 l/min, milieu fini, non stationnaire, “Geo-Reconstruct”, phases et pression sur goutte d'air

La Figure 28 représente un fort agrandissement d'une gouttelette d'air à la surface du profil (à gauche), ainsi que la pression totale correspondante (à droite). On superpose la grille aux images pour mettre en évidence que les seuls endroits où on dispose réellement d'une valeur de densité et pression sont les nœuds de la grille, le reste étant une interpolation du logiciel.

²⁷ Notons que ces lâchés d'air sont de densité faible (moins de 50% d'air), et donc pas forcément visibles expérimentalement.

²⁸ Pour une vue élargie du profil avec lâchés, on renvoie en annexe à la Figure 64 p.58.

3.3.2 Phénomène de diminution de portance lorsque la poche dépasse la corde

Le schéma multiphasique « Euler Explicit » nous assure la stabilité temporelle. L'idée est de partir d'une condition initiale sans air injecté, l'eau étant à vitesse uniforme 15 m/s selon $\overline{e_x}$. En partant d'une telle condition initiale, l'étude non stationnaire avec de petits pas de temps doit forcément montrer, au début, une poche ne dépassant pas le bord de fuite, et ainsi simuler une situation de poche attachée²⁹. C'est bien ce que nous avons obtenu, comme le montre la Figure 29.

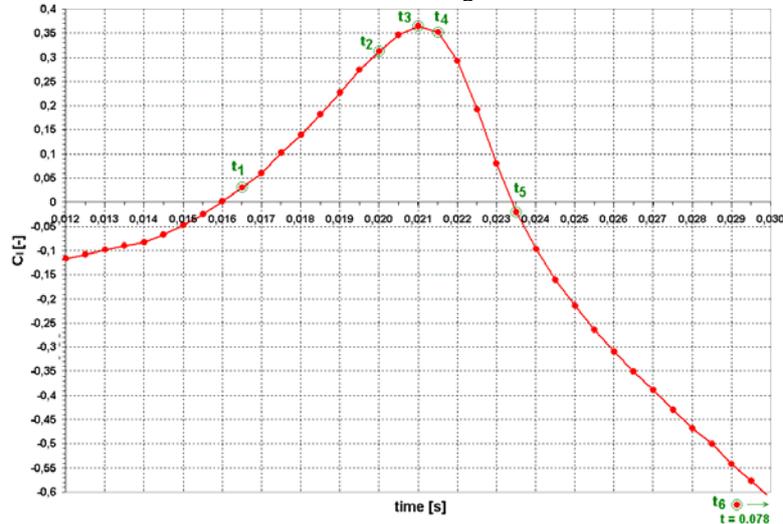


Figure 29: $137^{1/}_{min}$ milieu fini, non stationnaire, chute de portance lorsque la poche dépasse la corde

La Figure 29 montre la positivité du coefficient de portance durant environ 10^{-2} [s]. Les symboles $\{t_i\}_{i=1,\dots,6}$ représentent le choix de pas de temps représentatifs pour lesquels une série de mesures a été réalisée. Le coefficient de portance au temps $t = t_6$ est égale à $-1,64$. La Figure 30 montre l'allure de la poche d'air aux temps t_1, \dots, t_6 .

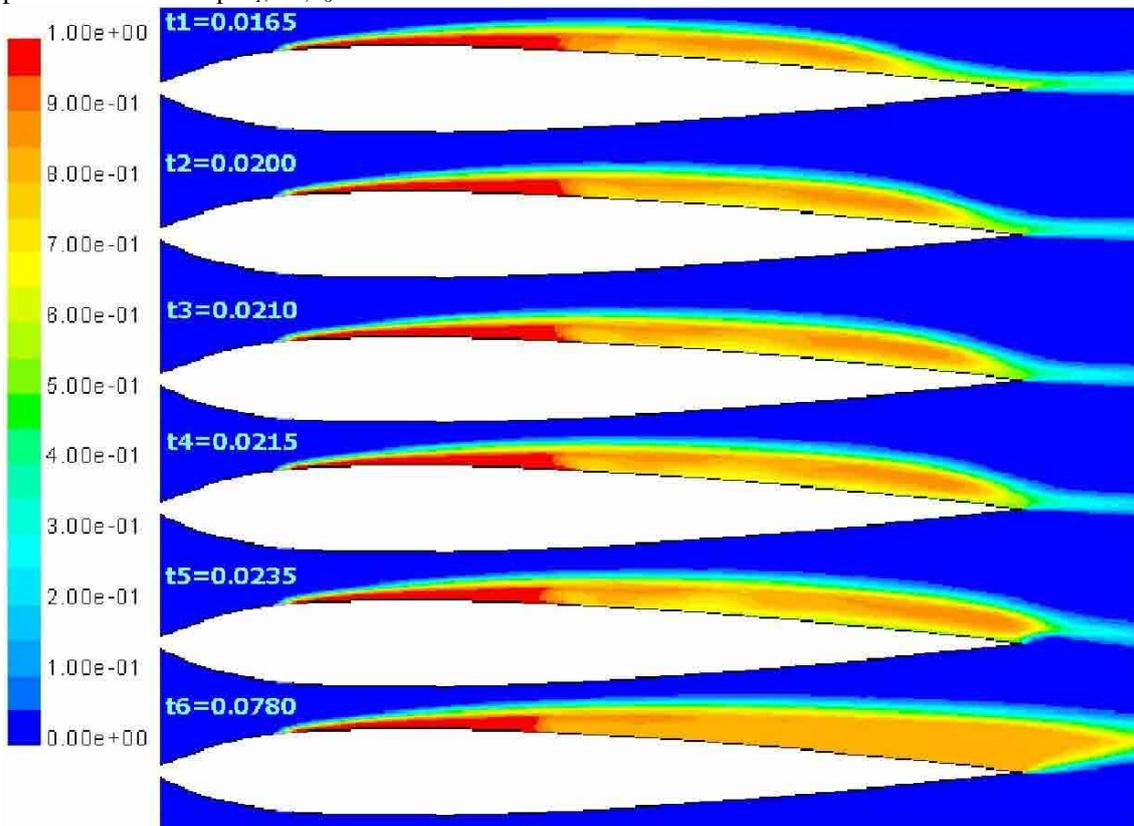


Figure 30: $137^{1/}_{min}$ milieu fini, non stationnaire, allure de la poche pour différents pas de temps

²⁹ Il ne s'agit donc pas de la situation réelle où la moyenne temporelle de la portance est positive. Néanmoins nous supposons que le phénomène à l'origine de la chute de portance lorsque la poche dépasse la corde est identique à celui simulé et expérimental.

Aussi longtemps que la poche ne dépasse pas la corde, la portance est positive :

$\forall t \text{ t.q. } l < c, C_L(t) \text{ est monotone croissante}$

$\forall t \text{ t.q. } l > c, C_L(t) \text{ est monotone décroissante, } C_L(t) < 0$

Étant donné que la portance résulte de l'intégration d'une pression sur une surface³⁰, il est judicieux d'étudier l'évolution temporelle de la pression (ou du coefficient de pression C_p) sur la surface définissant le profil. La Figure 31 représente le coefficient de pression C_p sur le profil pour les pas de temps t_1 (portance qui commence à être positive) et t_3 (portance maximale).

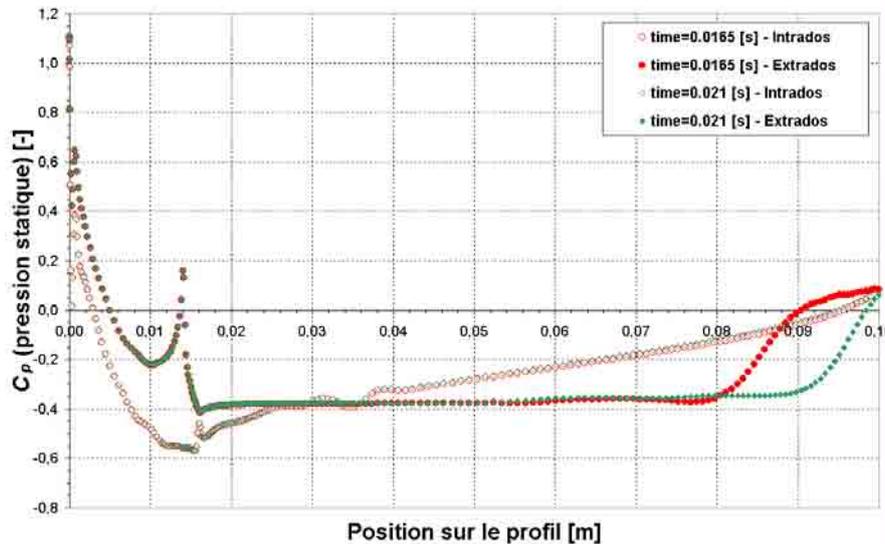


Figure 31: $137^{1/}_{min}$ milieu fini, non stationnaire, C_p pour $t_1=0.0165$ [s] et $t_3=0.021$ [s]

Les pressions en amont de l'injection et à l'intrados ne varient pas. La présence de la poche assure une dépression constante sur l'extrados. La comparaison de l'avancée de la dépression visible sur la Figure 31 (à droite) avec la forme de la poche de la Figure 30 p.30 montre une correspondance. Les profils de C_p entre chaque pas de temps sont proposés en annexe 7.3.1 p.62. La Figure 32 représente le coefficient de pression C_p sur le profil pour les pas de temps t_3 (portance maximale) et t_6 (portance minimale).

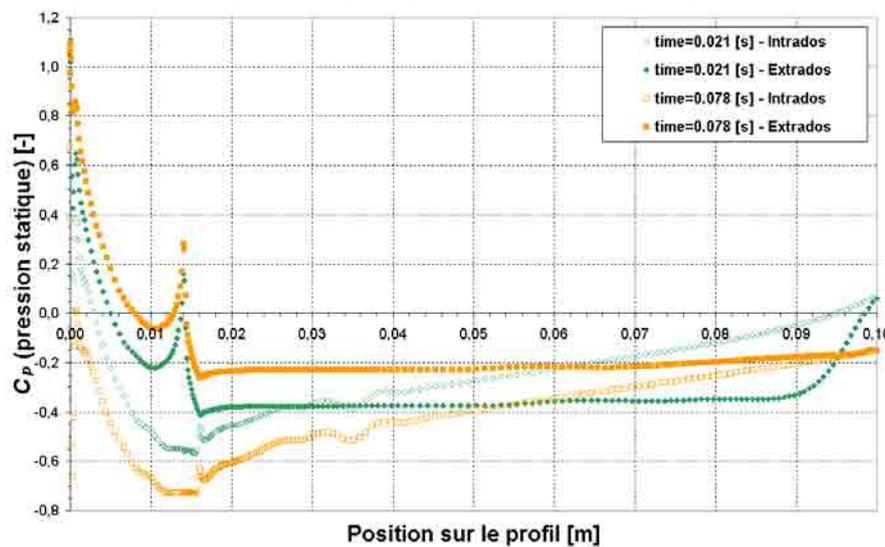


Figure 32: $137^{1/}_{min}$ milieu fini, non stationnaire, C_p pour $t_3=0.021$ [s] et $t_6=0.078$ [s]

³⁰ Soit $\Sigma \subset \mathbb{R}^2$ la surface du profil, $\{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N\} \in \mathbb{R}^{2N}$ les points où on dispose d'une valeur de pression, soit $(p_1^+, \dots, p_N^+) \in \mathbb{R}^N$ (respectivement $(p_1^-, \dots, p_N^-) \in \mathbb{R}^N$) les pressions correspondantes à l'extrados (respectivement à l'intrados), alors dans notre cas discret 1D la portance est:
$$C_L = \iint_{\Sigma} p \cdot \mathbf{e}_y \cdot \mathbf{d}\Sigma \cong - \sum_{i=1}^{N-1} \frac{p_i^+ + p_{i+1}^+}{2} \cdot \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i+1}\| + \sum_{i=1}^{N-1} \frac{p_i^- + p_{i+1}^-}{2} \cdot \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_{i+1}\|$$

imaginer une méthode un peu plus complexe réalisant une meilleure interpolation de la pression en tenant compte des valeurs des nœuds n'étant pas sur la surface même du profil: c'est ce que réalise Fluent (cf. Figure 28 p.29). Dans ce cas l'expression de la pression n'est plus aussi simple, il faut tenir compte du modèle d'interpolation pour la pression et donc recourir à des formules de quadrature.

Les contours de pression à l'intrados sont identiques à translation près, tandis que ceux de l'extrados ne le sont que sur le dernier dixième du profil. Cette constatation incite à nouveau à faire une étude des débits pour voir si l'augmentation de portance peut être retrouvée à partir de l'équation de Bernoulli. On procède comme dans la Figure 23 p.26, pour obtenir les différences de débits intrados et extrados (cf. annexe Figure 67 p.59), puis le coefficient de portance C_L (cf. Figure 33).

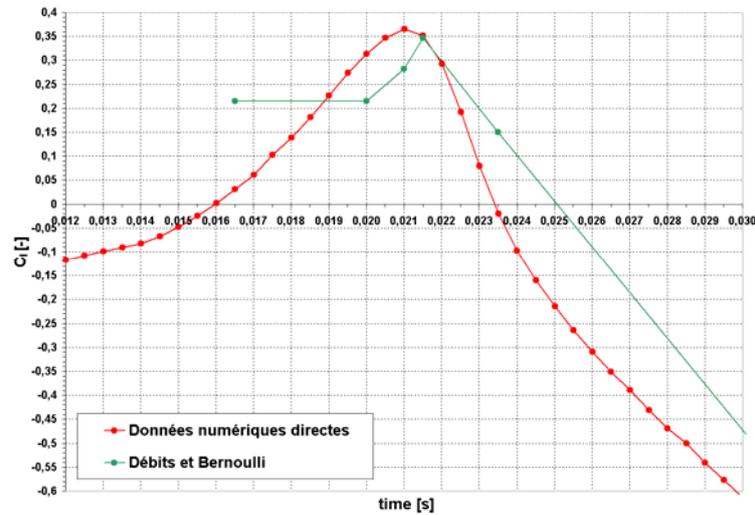


Figure 33: $137 \frac{1}{min}$, milieu fini, non stationnaire, comportement de la portance avec Bernoulli

Très qualitativement, mais néanmoins clairement, l'analyse des débits et l'équation de Bernoulli suffisent à reproduire l'augmentation de portance lorsque la poche arrive au point de fuite, puis la chute de portance. Nous utilisons désormais le repère cartésien de la Figure 34, centré au milieu du profil³¹.

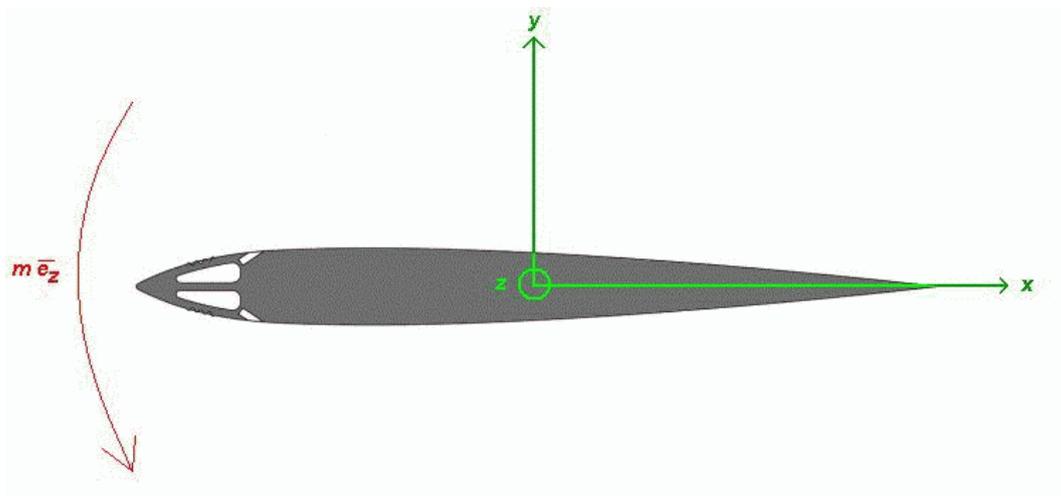


Figure 34: définition du repère cartésien et sens du moment

La Figure 31 p.31 montre que la pression exerce au bord d'attaque une force dans la direction $-\overline{e}_y$, et selon $+\overline{e}_y$ au bord de fuite. Il doit donc exister un moment induit, ce que représente la Figure 35.

³¹ Nous choisissons le milieu du profil plutôt que le centre de gravité pour avoir la même origine que le point de fixation expérimental du profil.

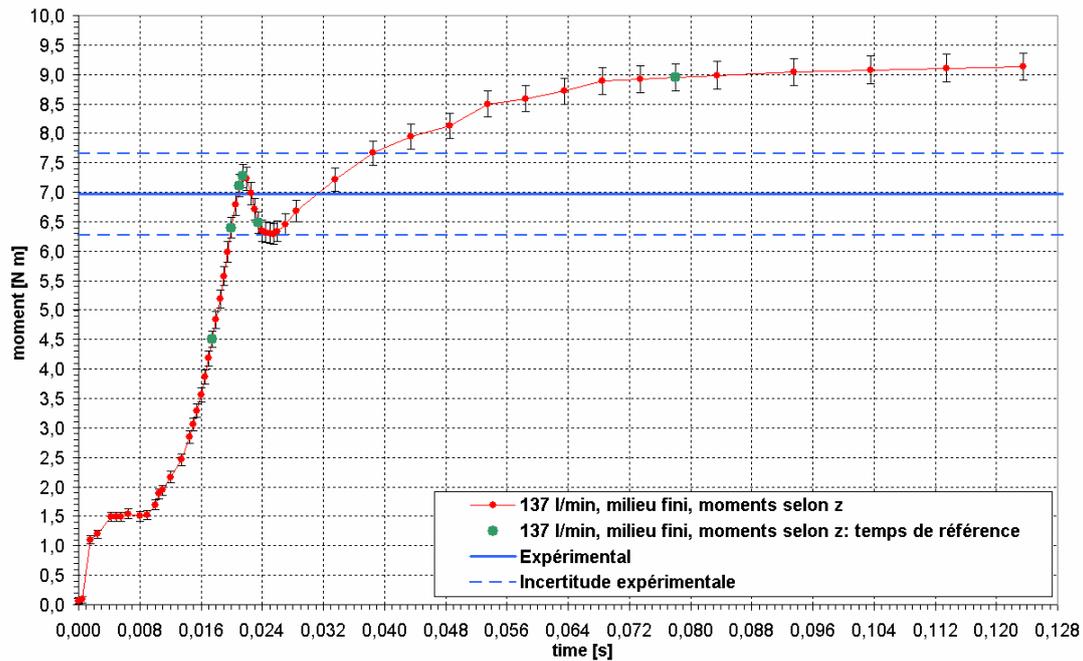


Figure 35: 137 l/min , milieu fini, non stationnaire, moments centrés au milieu du profil

Le trait bleu continu (respectivement discontinu) représente la valeur expérimentale (respectivement les incertitudes expérimentales) dans les mêmes conditions que la simulation. Cette valeur est constante car il n'est expérimentalement pas possible d'obtenir des valeurs discrètes sur des intervalles temporels aussi petits que ceux de la simulation. Les points en vert représentent les moments pour les pas de temps caractéristiques représentés à la Figure 29 p.30. Le moment numérique passe donc par un maximum local lorsque la portance est maximale. Les ordres de grandeur (et surtout le sens du moment) du calcul numérique correspondent à la mesure expérimentale (comparer avec la valeur numérique en $t = 0.120$).

3.3.3 Simulation sur un intervalle temporel de l'ordre de la seconde

Nous désirons savoir si le traitement biphasique « Euler Explicit » est capable de générer des lâchés de grosses poches, de faible fréquence. Pour cela, il est nécessaire de simuler l'écoulement sur une large période temporelle avant de conclure. Nous avons donc simulé une injection de 137 l/min sur une durée d'environ 0.8 [s] , ainsi qu'une injection de 500 l/min durant environ 0.25 [s] . Ces calculs ont nécessité près de deux semaines. La Figure 36 présente les contours de phase des poches obtenues.

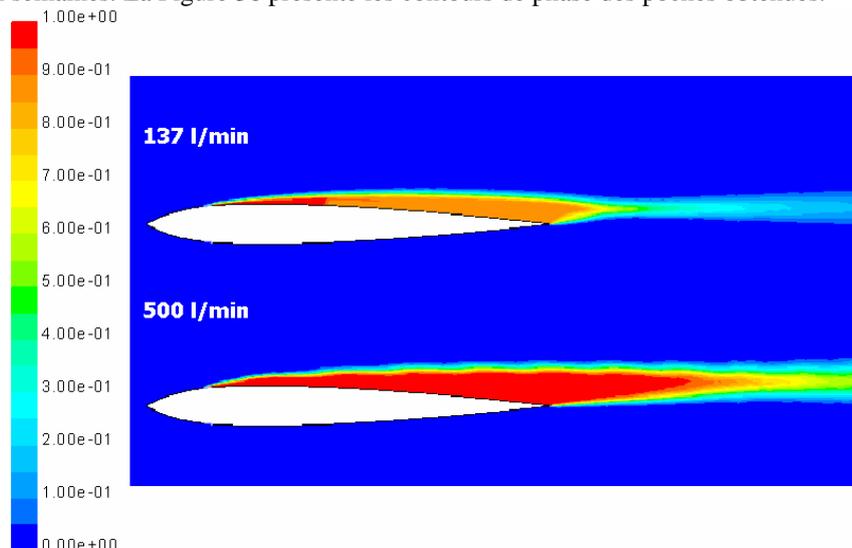


Figure 36: 137 et 500 l/min , milieu fini, non stationnaire, contours de phases finaux

La différence entre les contours obtenus lors des pas de temps précédents et ceux de la Figure 36 n'est pas significative. Nous n'avons pas observé d'oscillations de la forme de la poche en fonction du temps.

4. DISCUSSION

4.1 Evaluation de la valeur des résultats stationnaires par l'analyse d'isosurfaces

4.1.1 Forme de la poche d'air injecté

La forme de la poche numérique (cf. Figure 13 p.21) diffère fortement de l'expérience (cf. Figure 6 p.7, Figure 7 p.7). Nous avons alors supposé que ce manque de corrélation avec l'expérience était principalement dû à un traitement stationnaire d'un phénomène hautement non stationnaire. Néanmoins, les sections 3.3 p.27 et 4.3 p.38 montrent que ce n'est pas le cas. Le code numérique de Fluent 5.0.2 n'arrive donc pas à reproduire la forme de poche attachée obtenue expérimentalement³², et ne génère pas de lâchés en mode non stationnaire. On conclut donc que la cause physique entraînant une poche attachée est suffisamment faible pour disparaître dès les premières hypothèses des algorithmes de Fluent 5.0.2. Néanmoins, voici deux orientations de travaux qui pourraient éventuellement déboucher sur l'obtention d'une poche attachée :

- 1) Raffiner sensiblement le maillage de la couche limite de façon à ce que $y^+ < 1$, permettant ainsi de changer le traitement aux parois (Define → Models → Viscous : Near-Wall Treatment : Two-Layer Zonal Model, cf. section 2.2.2 p.14)³³.
- 2) Il est expérimentalement beaucoup plus difficile de déterminer la limite d'une poche d'air obtenue par injection que par cavitation (on le constate facilement par comparaison des Figure 2 p.4 et Figure 3 p.5). L'obtention d'une poche attachée pourrait donc être numériquement plus aisée avec cavitation et sans injection, permettant ainsi de reproduire la Figure 3 p.5.

En résumé, Fluent 5.0.2 est incapable de prédire l'attachement sur le profil d'une poche d'air injecté.

4.1.2 Pression dans un voisinage autour de la fente d'injection

On constate l'existence d'un minimum de pression centré sur la fente d'injection (cf. Figure 14 p.21). La localisation de la fente a donc probablement été choisie dans un but précis. En effet, l'air injecté dans une dépression va maximiser son volume (soit V le volume de la poche d'air, p la pression, alors en première approximation la loi des gaz parfaits à température et densité constantes donne la relation de proportionnalité $V \sim 1/p$). Nous concluons ainsi que la fente est disposée de manière à ce que l'air injecté interagisse le plus fortement possible avec l'écoulement environnant. Cette conclusion est renforcée par le fait qu'il est expérimentalement difficile de réaliser de forts débits.

La symétrie des profils de pression de la Figure 14 p.21 montre que les éléments dissymétriques suivants ont une influence à priori négligeable :

- 1) Prise en compte de la gravité dans nos calculs (ceci est encore plus évident en observant les lignes de courant symétriques de la Figure 54 p.53).
- 2) Légère dissymétrie du profil entre le bord d'attaque et la fente d'injection (cf. tableau de valeurs en annexe 7.1 p.45).

Nous constatons une forte dépression, de faible amplitude spatiale, en aval de la fente d'injection. La cause est que l'injection d'air est réalisée avec un angle de 35° par rapport à la direction de l'écoulement³⁴, assurant ainsi l'existence d'une petite zone où les densités d'air et d'eau sont très faibles (cf. Figure 37 p.35).

³² Nous avons modifié la majeure partie des paramètres du logiciel, incluant la tension interfaciale et les forces d'adhésion aux parois, mais sans arriver à obtenir une poche attachée. Nous concluons donc à l'impossibilité du logiciel actuel à reproduire une poche attachée. Pour le lecteur déçu par l'impossibilité de retrouver une poche attachée, notons qu'il existe une méthode de calcul reconnue donnant de bons résultats dans ce sens. Pour tous les détails sur cette méthode, on renvoie à la référence 6.3.6. Mentionnons simplement que cette méthode se base sur l'hypothèse d'une poche d'air à pression de vapeur constante uniforme, et composée d'air uniquement. Il n'existe donc pas de mélange de phases. L'idée est d'appliquer la projection de l'équation de Bernoulli dans la direction normale à la ligne de courant coïncidant avec une première approximation de la forme de la poche. Nous obtenons ainsi la pression sur cette ligne de courant. A ce stade commence le processus itératif. Si localement la pression trouvée est inférieure (respectivement supérieure) à la pression de vapeur, on augmente (respectivement diminue) l'épaisseur de la poche dans la direction normale à la ligne de courant. Ce procédé itératif est répété jusqu'à ce que la pression trouvée à la surface soit "suffisamment" proche de la pression de vapeur.

³³ Notons cependant que le logiciel de maillage Gambit a été incapable de mailler au delà de 90'000 à 100'000 cellules par manque de mémoire. De plus, raffiner sensiblement la couche limite augmente aussi le temps nécessaire pour faire converger un calcul.

³⁴ La référence 6.3.1 p. 65 montre clairement que l'angle d'injection n'a pas d'influence sur la portance. Néanmoins, l'étude de la portance est un résultat non local. L'étude n'a pas été réalisée dans le cadre de ce projet, mais nous pensons (c'est une déduction qui relève du bon sens) que l'angle d'injection a une influence locale non négligeable sur le contour de pression.

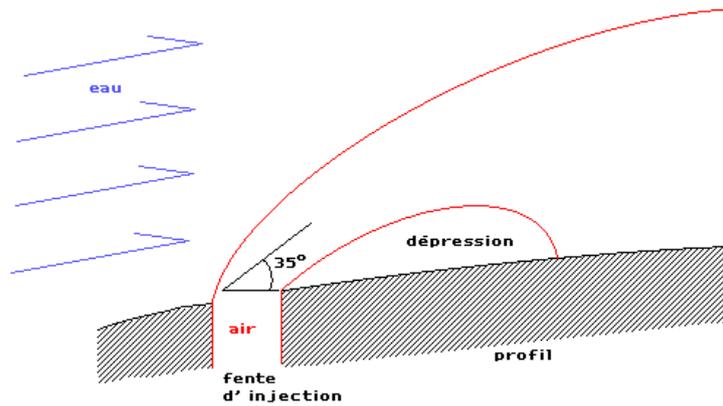


Figure 37: Schéma de la dépression après l'injection

En résumé, la position de la fente d'injection sur le profil Panda est choisie de façon à maximiser le volume d'air injecté. Nous observons aussi une dépression juste après l'injection.

4.1.3 Comparaison de la forme de la poche en milieu fini et infini

La poche en milieu fini est sensiblement plus épaisse qu'en milieu infini (cf. Figure 16 p.22, annexe Figure 51 p.51). Soit $\Lambda \subset \mathbb{R}^2$ le domaine de contrôle défini par la zone de maillage (cf. Figure 10 p.13), alors par définition du milieu infini (le fluide n'est pas confiné), il existe un flux sortant des parois supérieures et inférieures de Λ , flux induit par la présence du profil. Ainsi les lignes de courant dans Λ sont plus espacées qu'en milieu fini (cf. Figure 54 p.53). Etant donné que certaines lignes de courant sortent de Λ par les parois supérieures et inférieures, il existe un effet d'entraînement de l'air le long des lignes de courant, et donc la poche d'air sera plus épaisse qu'en milieu fini.

Ce raisonnement implique que la différence d'épaisseur de la poche sera d'autant plus grande que le débit est grand, ce que montre la Figure 17 p.23, ainsi que les profils de phases de la section 7.2.1. p.47. Nous réutilisons les résultats de cette section dans la section 4.2 p.36.

En résumé, nous expliquons pourquoi l'étendue spatiale d'une poche d'air injecté est sensiblement plus grande en milieu infini que fini. Un modèle mathématique donnant l'épaisseur maximale de la poche en milieu infini connaissant celle en milieu fini est proposé.

4.1.4 Déplacement du point d'arrêt pour de forts débits d'injection

Le point d'arrêt est translaté vers le côté de l'injection pour de forts débits, translation d'autant plus marquée en milieu infini que fini (cf. Figure 19 p.24).

Expliquons la translation du point d'arrêt si le débit d'air injecté augmente. On observe que l'injection d'air crée une surpression au niveau de la fente car les particules fluide voient leur trajectoire déviée par la présence de la poche d'air (cf. Figure 20 p.24). Cette surpression a été indirectement mise en évidence expérimentalement, validant ainsi le résultat numérique³⁵. L'idée pour expliquer la translation de la surpression au bord d'attaque est d'utiliser la linéarité des équations de Navier-Stokes. Soit d la dimension du problème (ici $d = 2$), $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^d$ la vitesse de l'eau, p la pression statique, $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^d$ l'accélération résultant des forces de volume, alors l'équation de Navier-Stokes est linéaire en la pression³⁶ :

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{V} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{V} \right) = -\nabla p + \rho \cdot \mathbf{f} \quad (4.1)$$

La superposition de contours symétriques de pression au bord d'attaque (cf. Figure 14 p.21) avec les contours de pression à l'injection translate la surpression du bord d'attaque dans la direction de

³⁵ L'expérience réalisée en parallèle par une autre équipe consistait en un régime cavitant. Sans injection d'air, on observe la formation de la poche de cavitation au bord d'attaque. Gardant les mêmes conditions de pression imposée, on réalise une injection d'air à la moitié de la corde. On observe alors la disparition de la poche de cavitation du bord d'attaque. La conclusion est que la pression a globalement augmenté consécutivement à l'injection, plaçant le profil dans un régime non cavitant.

³⁶ En plus général, le même argument est valable avec l'équation de la conservation du moment (1.2) qui fait aussi apparaître un gradient de pression.

l'injection, par conséquent le point d'arrêt se rapproche aussi de la fente d'injection.

Expliquons pourquoi cette translation est plus marquée en milieu infini. Sachant que le milieu infini est caractérisé par une contrainte nulle aux parois supérieures et inférieures du domaine de calcul 2D, alors il existe un débit d'eau non nul traversant ces parois. En se basant sur l'équation de Bernoulli (cf. section 1.3.4 p.9), la section d'un tube de courant en milieu infini étant plus grande qu'en milieu fini, la pression augmente globalement. En se basant sur le raisonnement du paragraphe précédent consistant en la linéarité de la pression, on obtient que le point d'arrêt en milieu infini doit forcément être plus proche de la fente d'injection qu'en milieu fini.

Il existe une autre interprétation permettant de retrouver la surpression en amont de l'injection. La présence d'un obstacle oblige le fluide à le contourner. Les lignes de courant sont donc courbées dans le voisinage de l'obstacle (cf. Figure 38).

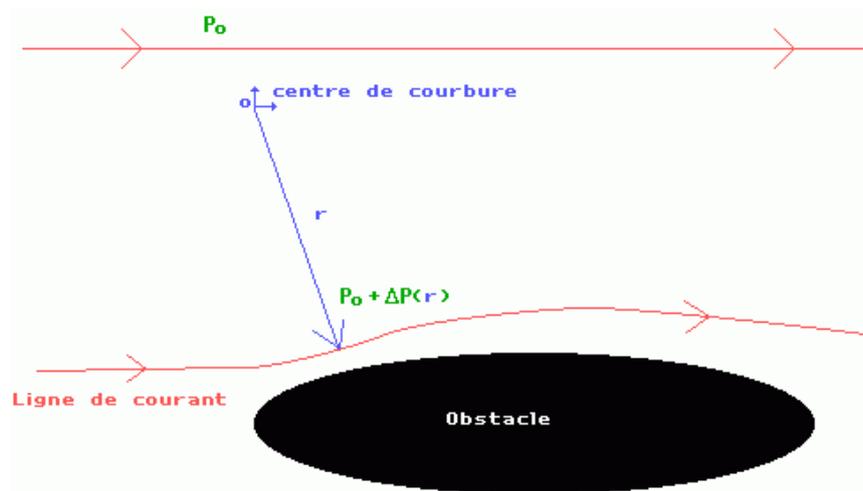


Figure 38: Modification de pression et courbure des lignes de courant

L'idée est d'affirmer que la pression s'écrit comme $p = p_0 + \Delta p(r)$, avec p_0 une valeur à l'équilibre correspondant aux lignes de courant non perturbées, et $\Delta p(r)$ une fonction monotone croissante de la courbure des lignes de courant³⁷. Donc plus les lignes de courant sont courbées, plus la pression augmente localement. Par contre, lorsque la courbure des lignes de courant est de signe opposé, il y aura diminution de la pression. Ce raisonnement est illustré par les lignes de courant de la Figure 16 p.22.

En résumé, on observe une surpression en amont de la fente d'injection, résultat confirmé expérimentalement. Soit Γ la distance entre le point d'arrêt et la fente d'injection, alors on a expliqué pourquoi Γ est une fonction monotone décroissante du débit d'air injecté. Soit Γ_{fini} (respectivement Γ_{infini}) la distance du point d'arrêt à la fente d'injection en milieu fini (respectivement infini), alors on a expliqué pourquoi $\Gamma_{fini} > \Gamma_{infini}$. Un modèle basé sur la courbure des lignes de courant explique la variation de pression locale.

4.2 Portance et traînée en fonction du débit d'injection

4.2.1 Comparaison entre milieu fini et infini

L'augmentation de portance trouvée expérimentalement à la Figure 4 p.6 n'a pas pu être reproduite. La courbe obtenue est similaire à celle trouvée dans la référence 6.3.2 p.10. Il est néanmoins possible d'expliquer pourquoi le code numérique ne reproduit pas une portance positive pour de faibles débits d'injection. Rappelons-nous que l'augmentation de portance est consécutive à une poche attachée dont l'extrémité ne dépasse pas le bord de fuite. Etant donné que le calcul ne reproduit pas une telle poche, alors il n'y a à priori aucune raison pour que la portance trouvée numériquement soit positive. Ce raisonnement est renforcé par le fait qu'il a été possible, à l'aide d'une simulation non stationnaire, d'observer une poche attachée avec portance positive (cf. section 3.3.2 p.30). Ceci nous permet d'espérer que le modèle d'interpolation donnant la portance en milieu infini à partir du milieu fini (cf. Figure 22 p.26) reste valable pour tout débit d'injection, à condition que la poche dépasse le bord de fuite. Pour avoir une réponse à cette question, il faudrait réaliser une étude en milieu infini, ce qui n'est pas une

³⁷ Cette idée provient de la projection de l'équation de Bernoulli dans la direction n normale au profil: $\frac{dp}{dn} = Cte \cdot r^{-1}$.

évidence expérimentale.

N'ayant pas pu reproduire l'augmentation de portance en simulation stationnaire, et ne disposant pas de mesures expérimentales correspondant au même régime de fonctionnement avec une poche dépassant le bord de fuite, les résultats de la Figure 21 p.25 ne sont pas calibrés avec l'expérience. De plus, l'injection d'air étant réalisée expérimentalement par de petits orifices circulaires, la section d'injection expérimentale diffère de celle de la modélisation numérique³⁸. Nous admettons, comme marge d'incertitude, un facteur d'environ deux (de multiplication ou division) entre les débits numériques et expérimentaux. Néanmoins, nous allons à présent expliquer en quoi ce manque de correspondance avec l'expérience est secondaire. Rappelons qu'il est expérimentalement difficile de réaliser une injection supérieure à environ 150 l/min. Numériquement, nous pouvons aller jusqu'à une injection d'environ 700 l/min avant de buter sur de sérieux problèmes de convergence à cause du caractère extrêmement turbulent de l'écoulement. Dans tous les cas d'incertitude, l'étude numérique permet donc d'aller au-delà de l'étude expérimentale. De plus, le profil Panda a été conçu pour fonctionner avec de très forts débits d'injection. Les résultats numériques obtenus dégagent une tendance pour de forts débits d'injection. On n'affirme donc pas que nos résultats correspondent exactement la portance que l'on obtiendrait pour une injection donnée, mais nous montrons une tendance, et affirmons qu'il est possible de calibrer des résultats numériques avec l'expérience dès que la poche dépasse le bord de fuite. C'est donc dans cette optique que nous continuons la discussion : la non existence de calibration de nos résultats n'enlève rien à leur valeur.

Expliquons le mécanisme physique de la chute de portance en fonction de l'injection (allure générale de la courbe monotone décroissante de la Figure 21 p.25). Expliquons, dans un premier temps par un raisonnement valable uniquement en milieu fini, en nous basant sur l'équation de Bernoulli, pourquoi la portance est une fonction monotone décroissante du débit d'air injecté lorsque la poche dépasse le bord de fuite du profil. La Figure 58 p.55 montre que la différence de débit $(Q_2 - Q_1)$ ³⁹ augmente en fonction de l'injection. On en déduit que le débit Q_1 du côté de la poche augmente moins vite que Q_2 . Sachant que l'épaisseur de la poche est une fonction monotone croissante de l'injection (cf. Figure 17 p.23), l'encombrement du côté de l'injection augmente, ce qui va diminuer le débit extradados par rapport à celui intrados⁴⁰. Par un raisonnement de Bernoulli, la pression aura donc tendance à diminuer plus fortement à l'intrados qu'à l'extrados, et donc la portance va diminuer, ce qui est bien le résultat reproduit par la Figure 21 p.25.

En résumé, nous avons expliqué, en nous appuyant sur plusieurs mesures annexes, pourquoi la portance en milieu fini diminue lorsque on réalise une plus forte injection.

Pouvons-nous transposer ce raisonnement au milieu infini ? A priori non, car le débit n'est plus conservé dans le volume de contrôle qu'est le maillage. Nous affirmons cependant que le même raisonnement s'applique, et explique ainsi le phénomène dans ce cas aussi. Motivons cette affirmation. Soit $Q_j^{fini} = Q_j^{infini} + \Delta Q_j^{infini}$, $j = \{1, 2\}$, avec ΔQ_j^{infini} le débit qui traverse la ligne d'intégration prolongée à l'infini hors de la surface de contrôle⁴¹. Supposons que $(\Delta Q_1^{infini} - \Delta Q_2^{infini})$ soit négligeable, i.e. que le débit quittant la surface de contrôle soit en bonne approximation le même à l'intrados et à l'extrados. Cette hypothèse est alors suffisante pour que le raisonnement établi dans le milieu fini soit aussi valable dans le milieu infini. Pour vous en convaincre, relisez attentivement le raisonnement et transposez-le dans le cas du milieu infini en admettant l'hypothèse qui a été faite. Il reste donc à justifier cette hypothèse. Pour cela, on observera attentivement les lignes de courant de la Figure 16 p.22, Figure 54, p.53, images de droite. On observe plus particulièrement les lignes de courant quittant la surface supérieure et inférieure. Soit I_{sup} (respectivement I_{inf}) l'intervalle spatial séparant la sortie de deux lignes de courant sur la partie supérieure (respectivement inférieure) de la Figure 16, alors on trouve que $I_{inf}/I_{sup} = 1.3$, i.e. le débit sur la partie inférieure est 1.3 fois plus élevé que sur la partie supérieure. La même calcul sur la base de la Figure 54 donne un rapport égal à l'unité. Cette étude confirme notre hypothèse, et en même temps l'explication du phénomène de chute de portance aussi bien en milieu fini que infini.

Le raisonnement basé sur « l'encombrement » engendré par la forme de la poche explique aussi pourquoi la portance en milieu infini est inférieure à celle en milieu fini. Nous savons que la poche en milieu infini est plus grande qu'en milieu fini, ce qui induit un plus grand encombrement à l'extrados en milieu infini. La courbure des lignes de courant y sera alors plus grande, donc aussi la pression (cf. Figure 20 p.24). Donc la portance en milieu infini est moins grande qu'en milieu fini.

Néanmoins, il existe d'autres effets que ceux de l'équation de Bernoulli, ce que nous n'avons pas

³⁸ Ce problème de section nous est apparu alors que l'on disposait d'un nombre trop élevé de mesures pour en refaire de nouvelles.

³⁹ A titre de rappel, il s'agit de la différence de débit entre le côté de l'intrados Q_1 , et l'extrados Q_2 où est réalisée l'injection.

⁴⁰ Il est d'autant plus justifié de relier, par le raisonnement de "l'encombrement", l'épaisseur de la poche et le débit, car la comparaison de la Figure 17 p.23 (épaisseur de la poche en fonction du débit) et la Figure 58 p.55 (différences de débit intrados et extrados) montre un comportement très semblable, avec le débit de 400 l/min caractérisant une transition visible dans les deux graphes.

⁴¹ Si cette description semble trop abstraite, reprendre la Figure 23 p.26.

évoqué dans le raisonnement précédent. Ce raisonnement est pleinement valable pour de faibles injections, jusque vers 200 l/min. Pour de plus forts débits, il existe une turbulence qui devient non négligeable. C'est exactement ce que montre la Figure 24 p.27 : la différence de portance entre milieu fini et infini est très bien reproduite par l'équation de Bernoulli jusque pour une injection de l'ordre de 200 l/min, avant que ne se manifestent de fortes différences.

La Figure 21 p.25 fait ressortir un fait remarquable : il semble qu'il existe une relation entre la portance en milieu fini et infini, phénomène non prévisible a priori. La différence de portance obtenue semble suivre une loi de type chaleur spécifique. Pourquoi une telle tendance ? Le comportement de type chaleur spécifique est assez répandu en physique, car il traduit une tendance commune de l'évolution de beaucoup de grandeurs (systèmes Σ) en fonction d'un paramètre ξ . Dans un premier temps, une faible variation du paramètre ξ n'a qu'une influence négligeable sur le système Σ (par exemple l'énergie d'activation d'une réaction chimique). Puis, pour une valeur donnée de $\xi = \xi^*$, le système Σ commence à réagir, pour ensuite saturer lorsque $\xi \gg \xi^*$. Il reste à transposer ce raisonnement à la dynamique des fluides. Définissons le paramètre ξ comme étant le débit d'injection [l/min], et la grandeur Σ comme $(C_L^{fini} - C_L^{infini})$. Nous avons démontré dans cette section que la grandeur Σ est positive, mais nous n'avons pas démontré son évolution de type « chaleur spécifique » en fonction du paramètre ξ . Pour ce faire, il faudrait démontrer que $\Sigma = (C_L^{fini} - C_L^{infini})$ entre dans la catégorie des phénomènes physiques dont la dynamique en fonction du paramètre ξ suit une évolution similaire à celle décrite au début du paragraphe⁴².

En résumé, nous avons proposé un modèle mathématique permettant d'obtenir la portance en milieu infini connaissant celle en milieu fini. Nous avons expliqué pourquoi la portance en milieu infini est inférieure à celle en milieu fini. En se basant sur l'équation de Bernoulli, une explication du comportement monotone décroissant de la portance en fonction de l'injection est proposée.

4.3 Potentialités de la simulation non stationnaire

4.3.1 Schéma multiphasique « Geo-Reconstruct »

Ce traitement multiphasique est particulièrement instable, mais fournit des résultats qui s'approchent plus fidèlement de la réalité que n'importe quel autre schéma à disposition (cf. Figure 25 p.28, Figure 26 p.28, Figure 59 p.55, Figure 6 p.7, Figure 7 p. 7).

La comparaison avec le résultat stationnaire présentée à la Figure 25 montre l'apparition d'eau dans la partie inférieure de la poche, i.e. à la surface du profil. Ceci est en accord avec l'observation expérimentale de la dynamique des lâchés de poches lors des essais effectués dans le tunnel de cavitation du L.M.H. Il est cependant regrettable que le schéma ne soit pas suffisamment stable pour observer au moins un seul lâché à forte injection.

Dans le cas d'une injection de 30 l/min, la vitesse v des bulles d'air au bord de fuite a été estimée à $v = 11.6 \pm 4.6$ m/s, alors que la vitesse de l'écoulement d'eau fournie par le logiciel est $v_{Fluent} = 12.5 \pm 0.5$ [m/s], résultat donc très proche du précédent. La période des lâchés de bulles obtenue par le nombre de Strouhal est $T_{Strouhal} \in [0.02 ; 0.03]$ [s], alors que celle obtenue par la distance moyenne entre les bulles d'air et leur vitesse est $T = 0.0156 \pm 0.008$ [s], valeur compatible avec $T_{Strouhal}$. Ces résultats valident en partie le code non stationnaire « Geo-Reconstruct ».

Les Figure 27 p.29 et Figure 28 p.29 font apparaître des « gouttelettes d'air » légèrement écrasées sur le profil. Ces dernières apparaissent plus clairement en annexe sur les Figure 61 p.56 (137 l/min), Figure 62 p.57 (137 l/min), Figure 63 p.57 (30 l/min). Nous avons aussi observé que les lâchés de bulles sont plus apparents pour 30 l/min (cf. Figure 64 p.58) que pour 137 l/min (cf. Figure 26 p.28, Figure 60 p.56), alors qu'il sont invisibles pour 500 l/min (cf. Figure 59 p.55). Cela conduit à affirmer que ces lâchés de bulles d'air de faible densité et de petite taille sont la conséquence de la forme de la surface libre de l'air (« gouttelettes d'air » écrasées) sur le profil.

On propose une explication théorique de la forme ondulée de la poche d'air sur le profil. Supposons que la pression p soit invariante par translation sur le profil, i.e. $p = p(y)$. Admettons une légère perturbation de pression $\Delta p(x)$, alors $p = p(y) + \Delta p(x)$. Nous pouvons alors trouver localement un voisinage dans lequel le modèle de la pression isotrope $p = p(r)$ s'applique en première approximation. Par la thermodynamique, nous démontrons rigoureusement dans l'annexe 7.4 p.65 que l'état d'équilibre de l'air sous l'influence de cette perturbation dans le voisinage est de forme circulaire. Ainsi, l'existence

⁴² Cette dynamique est assez intuitive. Par contre, pour réellement la valider, il faut en comprendre les mécanismes physiques, et les exprimer aux moyens d'équations.

d'une légère perturbation de pression fonction de la direction tangente au profil engendre la formation d'une poche d'air ondulée, laquelle est la cause, à faible débit, de lâchés de faible densité. La conclusion sur l'existence d'ondes à l'interface est en accord avec la référence 6.2.6 qui propose une théorie développée du phénomène⁴³.

Ces légères oscillations à l'interface pour de faibles débits d'injection ont été observées expérimentalement dans le tunnel du L.M.H, plus clairement avec injection que cavitation.

En résumé, nous constatons que le schéma biphasique « Geo-Reconstruct » est instable par rapport au temps, mais le début de la dynamique des lâchés de poches est conforme à l'expérience (vitesse des bulles d'air en aval du profil, période des lâchés). Nous avons proposé une explication du processus dynamique de lâché de bulles à faible débit, ainsi qu'un modèle théorique basé sur la thermodynamique pour expliquer ces lâchés.

4.3.2 Phénomène de diminution de portance lorsque la poche dépasse la corde

Pour reproduire la diminution de portance, étant donné que la solution non stationnaire converge vers un état d'équilibre dont l'amplitude des variations spatiales tend vers zéro (cf. section 3.3.3 p.33), il n'est pas possible d'observer une fluctuation de portance au cours du temps. On ne peut donc pas espérer mettre en évidence un intervalle temporel où la portance oscille entre une valeur positive et négative. L'idée est donc d'obtenir une portance positive en partant d'une condition initiale sans air injecté, permettant ainsi à la poche d'air de recouvrir progressivement l'extrados et de simuler une poche attachée. Cette méthode a en plus l'avantage de mettre en évidence le phénomène de façon beaucoup plus claire. Nous avons ainsi réussi à reproduire une poche attachée, et observons très clairement que lorsque la poche dépasse le bord de fuite, la portance devient négative (cf. Figure 29 p.30 et Figure 30 p.30). Ce phénomène a été observé tout aussi clairement expérimentalement. La Figure 31 p.31 montre que lorsque la poche, qui assure une dépression, reste attachée, la pression ne varie pas à l'intrados. Il en résulte alors une augmentation de portance. Par contre, dès que la poche d'air dépasse le bord de fuite, la Figure 32 p. 31 (ainsi que les Figure 65 p.58 et Figure 66 p.59 en annexe) montre que la pression augmente (respectivement diminue) sensiblement à l'intrados (respectivement extrados). De plus, une zone de recirculation, dans laquelle le fluide a une très faible vitesse, se forme au bord de fuite⁴⁴. La chute de portance coïncide aussi avec une translation nette du point d'arrêt dans la direction de la fente d'injection. Nous observons aussi que le débit augmente brutalement à l'intrados, ce qui confirme la translation du point d'arrêt. Comme le montre la Figure 33 p.32, l'augmentation de portance peut être retrouvée très qualitativement à l'aide des débits et l'interprétation de Bernoulli. Tous ces éléments, qui se valident mutuellement, amènent l'explication suivante⁴⁵.

Lorsque la poche est attachée, et donc a la forme d'une moitié d'ovale sur l'extrados (cf. Figure 30 p.30), les lignes de courant à l'extrados ont une courbure négative plus forte qu'à l'intrados, où il n'existe pas de poche. Par le raisonnement de la section 4.1.4 p.35, cette courbure assure une dépression à l'extrados, telle que la portance soit positive. Lorsque la poche dépasse le bord de fuite, la courbure des lignes de courant diminue en valeur absolue à l'extrados à cause de la longueur de la poche qui augmente. La pression augmente donc à l'extrados, ce qui translate le point d'arrêt dans la direction de la fente d'injection. Par conséquent, le débit à l'intrados augmente (la pression y diminue par l'équation de Bernoulli), et donc les lignes de courant au bord de fuite doivent « remonter » dans la direction de l'extrados. La conséquence est une diminution en valeur absolue encore plus prononcée de la courbure de la poche d'air, ce qui augmente à nouveau la pression à l'extrados. Ainsi la portance passe d'une valeur positive à négative⁴⁶.

La Figure 35 p.33 révèle un moment selon l'axe $\overline{e_z}$, du même ordre de grandeur que la mesure expérimentale. La direction du moment est telle qu'elle exerce une force dans le sens de la réduction de

⁴³ Soit ω la fréquence de l'oscillation, φ un déphasage, λ la longueur d'onde, $k=2\pi/\lambda$ le nombre d'onde, \mathbf{x} un vecteur parallèle à la surface, ρ (respectivement ρ') la densité de la phase la plus lourde (respectivement la plus légère), γ la tension superficielle, \mathbf{g} l'accélération de gravité, supposons des solutions de la position de l'interface de la forme $\exp[-(i\omega + \varphi)t + i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}]$, alors la relation de dispersion fournie par la référence 6.2.6 est: $\omega^2 = \frac{\gamma}{\rho + \rho'} \cdot \|\mathbf{k}\|^3 + \frac{\rho - \rho'}{\rho + \rho'} \cdot \mathbf{g} \cdot \mathbf{k}$. Notons néanmoins que cette relation ne tient pas compte d'une différence de vitesse d'écoulement entre les deux phases.

⁴⁴ On conseille vivement de parcourir l'annexe 7.2.3, section correspondant à ce chapitre, pour prendre connaissance des nombreuses et instructives images illustrant le phénomène.

⁴⁵ Cette explication, très qualitative, se base sur l'interprétation des lignes de courant proposée dans la section 4.1.4 p.35, ainsi que sur les images, qui forment une animation, contenues dans le répertoire 137-ns-cp-ph-b du cédérom. On peut aussi se référer à la Figure 30 p.30.

⁴⁶ Si ce raisonnement paraît trop compliqué, relisez-le avec sous les yeux la Figure 30 p.30.

l'angle d'incidence. Le profil aura donc tendance à « piquer du nez »⁴⁷.

En résumé, nous avons reproduit la chute de portance (portance positive qui devient négative) dès que la poche dépasse le bord de fuite, résultat en accord avec les mesures expérimentales. Une explication de la transition entre portance positive et négative lorsque la poche d'air injecté dépasse le bord de fuite a été proposée. Nous avons montré que la portance du profil Panda laissé libre de contraintes, va tendre, à cause des moments pris par rapport au centre, vers un état d'équilibre négatif

4.3.3 Simulation sur un intervalle temporel de l'ordre de la seconde

La Figure 36 p.33 représente des contours de pression similaires à ceux des pas de temps précédents. On en conclut que le code non stationnaire, avec traitement multiphasique « Euler Explicit », converge vers une solution stationnaire, dont l'allure n'est pas sans rappeler les formes de poches obtenues en mode stationnaire (cf. Figure 13 p.21). Nous concluons donc qu'il est impossible, à cause des instabilités du traitement « Geo-Reconstruct », d'étudier à l'aide du logiciel Fluent 5.0.2 la dynamique des lâchés de bulle sur une grande période temporelle.

⁴⁷ Cette tendance se démontre plus formellement. Sachant que la portance augmente (respectivement diminue) lorsque l'angle d'incidence augmente (respectivement diminue) (cf. références 6.3.1 et 6.3.2), l'étude conjointe des moments et de la portance montre qu'en partant d'une incidence nulle, le profil Panda va engendrer une portance dont l'évolution temporelle tendra vers une valeur négative. En effet, il est facile de s'en convaincre par le raisonnement itératif suivant. Supposons en $t = t_1$ une portance positive $C_L^{(1)} > 0$. Le moment exercera, durant l'intervalle $[t_1, t_2]$, $t_1 < t_2$, une force qui va diminuer l'incidence $\alpha^{(1)}$ de $\varepsilon^{(1)} > 0$. L'incidence ainsi diminuée, la portance va être diminuée de $\delta^{(1)}$ durant l'intervalle $[t_1, t_2]$. Au temps t_2 , on obtient ainsi la situation suivante : $C_L^{(2)} = C_L^{(1)} - \delta^{(1)}$, $\alpha^{(2)} = \alpha^{(1)} - \varepsilon^{(1)}$, et ainsi de suite jusque à ce que il existe $n \in \mathbb{N}$ tel que le moment agissant durant $[t_{n-1}$,

$t_n]$ soit nul, alors on aura : $C_L^{(n)} = C_L^{(1)} - \sum_{i=1}^{n-1} \delta^{(i)}$, $\alpha^{(n)} = \alpha^{(1)} - \sum_{i=1}^{n-1} \varepsilon^{(i)} < 0$. Il reste à prouver que le seul $n \in \mathbb{N}$ satisfaisant la condition

d'équilibre ci-dessus est tel que $C_L^{(n)} < 0$. Cette preuve dépend de la forme du profil, mais pour les profils existants (on n'exclut pas l'existence de profils « exotiques » pour lesquels la condition suivante ne serait pas satisfaite.), la condition $\alpha^{(n)} < 0$ implique $C_L^{(n)} < 0$.

5. CONCLUSION

Ce travail représente la première étude systématique d'une simulation biphase à l'aide du logiciel Fluent réalisée au L.M.H. Un objectif était donc d'évaluer les capacités du logiciel, ainsi que la valeur des résultats, par l'étude de phénomènes associés à l'injection d'air sur un profil porteur. On présente un rappel des résultats établis et démontrés tout au long de ce document.

Insuffisances notables de Fluent 5.0.2 : la section 4.1.1 met en évidence l'incapacité de Fluent à prédire l'attachement sur le profil d'une poche d'air injecté. De plus, la section 4.3.3 montre qu'une solution non stationnaire converge vers un état stationnaire, ce qui n'est pas conforme à la réalité. Par contre, la section 4.3.1 a montré que le schéma multiphasique « Geo-Reconstruct » génère des lâchés, malheureusement ce schéma est instable par rapport au temps.

Succès validant le logiciel Fluent 5.0.2 : la section 4.3.1 a permis de retrouver un début de dynamique de lâchés correct, ainsi qu'une période de lâchés en accord avec celle obtenue par le nombre de Strouhal. La section 4.3.2 présente la reproduction de la chute de portance (portance positive qui devient négative) dès que la poche dépasse le bord de fuite, résultat en accord avec les mesures expérimentales. La section 4.1.4 a mis en évidence, ainsi qu'expliqué, l'existence d'une surpression en amont de la fente d'injection, résultat confirmé expérimentalement.

Interprétations et théories établies à l'aide de Fluent 5.0.2 : la section 4.1.2 montre que la position de la fente d'injection sur le profil est choisie de façon à maximiser le volume d'air injecté. Nous observons aussi une dépression juste après l'injection. La section 4.1.3 a permis de montrer pourquoi l'étendue spatiale d'une poche d'air injecté est sensiblement plus grande en milieu infini que fini. Nous proposons ainsi un modèle mathématique donnant l'épaisseur maximale de la poche en milieu infini connaissant celle en milieu fini. Dans la section 4.1.4, on explique pourquoi la distance entre le point d'arrêt et la fente d'injection est une fonction monotone décroissante du débit d'air injecté, de même pourquoi cette distance est plus grande en milieu fini qu'infini. La section 4.2.1 propose une explication, basée sur l'équation de Bernoulli, du comportement monotone décroissant de la portance en fonction de l'injection. De plus, un modèle mathématique permet d'obtenir la portance en milieu infini à partir de celle en milieu fini, lorsque la poche dépasse le bord de fuite. Nous expliquons aussi pourquoi la portance en milieu fini est supérieure à celle en milieu infini, pour de longues poches. Dans la section 4.3.1, une explication du processus dynamique de lâchés de bulles à faible débit, ainsi qu'un modèle théorique basé sur la thermodynamique pour expliquer les lâchés sont exposés. Finalement, la section 4.3.2 propose une explication de la transition entre portance positive et négative lorsque la poche d'air injecté dépasse le bord de fuite. Nous montrons aussi que la portance du profil Panda laissé libre de contraintes, va tendre dans tous les cas vers un état d'équilibre négatif.

Les résultats les plus importants sont la découverte d'une relation entre la portance C_p du milieu fini et infini, ainsi que la reproduction et l'explication de l'augmentation (respectivement la diminution) de portance lorsque la poche d'air est attachée (respectivement dépasse le bord de fuite).

Il est à présent possible de répondre à toutes les questions posées dans la section 1.2 p.8. L'augmentation de portance lorsque la poche dépasse la corde a pu être reproduite, par contre les valeurs de portance restent différentes de l'expérience. La configuration optimale du logiciel est longuement présentée dans la section 2.2.2. Une explication du phénomène de chute de portance lorsque la poche dépasse la corde, ainsi que des relations entre la portance du milieu fini et infini sont présentées. Finalement, il est possible d'obtenir des résultats très intéressants à l'aide de Fluent 5.0.2, à condition que l'on reste dans le domaine du qualitatif avec un certain sens critique envers ses résultats.

Cette étude dégage de nombreux thèmes, plus ou moins fondamentaux, qu'il serait intéressant d'approfondir.

Par exemple, on observe expérimentalement et numériquement des oscillations de l'interface de la poche lors de l'injection, mais pas en régime de cavitation. Pourquoi ? Est-ce que l'amplitude de ces oscillations va décroissant lorsque la pression diminue⁴⁸ ?

Il serait instructif de simuler des écoulements sans injection mais avec cavitation. En effet, il est expérimentalement difficile d'estimer la longueur de la poche avec injection, alors que cela est très facile lors de cavitation. Est-ce que le logiciel est alors capable de reproduire une poche attachée avec cavitation et sans injection ?

⁴⁸ Ces oscillations n'ont pas été observées en régime avec cavitation, donc lorsque la pression était inférieure à la pression lors de l'injection d'air.

Refaire des calculs avec un $y^+ \leq 1$ (maillage extrêmement raffiné au niveau du profil) permettrait de changer le traitement des parois. Cela mènerait peut-être à une poche attachée. Néanmoins, comme nous l'avons déjà mentionné, le logiciel de maillage Gambit rencontre des difficultés pour réaliser un maillage avec une faible densité de nœuds sur les bords du domaine, et une très forte densité sur le profil.

Une étude expérimentale très intéressante, mais néanmoins exigeante, est la vérification de la relation de portance entre milieu fini et infini. Pour cela, il faudrait réaliser des mesures en milieu infini, ce qui pose quelques difficultés expérimentales, mais qui a néanmoins déjà été réalisé dans les années 1960. Il serait intéressant de vérifier si on retrouve une relation de type « chaleur spécifique » entre les deux milieux. L'étude théorique correspondante serait d'expliquer quantitativement cette relation entre les différences de portance.

Lausanne, le 24/09/99



François Coppex

6. RÉFÉRENCES

6.1 Manuels de logiciels

- [6.1.1] Fluent Inc.
Gambit I Tutorial Guide
(1998)
- [6.1.2] Fluent Inc.
Gambit I Modelling Guide
(1998)
- [6.1.3] Fluent Inc.
Gambit I User's Guide
(1998)
- [6.1.4] Fluent Inc.
Fluent Tutorial Guide vol. 1, 2, 3
(1998)
- [6.1.5] Fluent Inc.
Fluent User's Guide vol. 1, 2, 3, 4
(1998)

6.2 Manuels et livres

- [6.2.1] Ira H. Abott, Albert E. Von Doenhoff
Theory of Wing Sections
Dover publications Inc (1958)
- [6.2.2] Joe F. Thompson, Z. U. A. Warsi, C. Wayne Martin
Numerical Grid Generation
Elsevier Science Publishing Co. Inc (1985)
- [6.2.3] J.P. Franc, F. Avellan, B. Belahadji, J.Y. Billard, L. Briançon-Marjollet, D. Fréchet,
D.H. Fruhman, A. Karimi, J.L. Kueny, J.M. Michel
La Cavitation : mécanismes physiques et aspects industriels
Presses universitaires de Grenoble (1995)
- [6.2.4] Les Piegl, Wayne Tiller
The NURBS Book
Springer (1997)
- [6.2.5] A. Quarteroni, A. Valli
Numerical Approximation of Partial Differential Equations
Springer-Verlag (1994)
- [6.2.6] Clive A. Croxton
Fluid Interfacial Phenomena
John Wiley & Sons (1986)
- [6.2.7] Dr. Hermann Schlichtig
Boundary-Layer Theory
McGraw-Hill Book Company, Third English Edition (1968)

6.3 Publications de l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne (E.P.F.L.)

- [6.3.1] Michele Brogini
Injection d'air sur hydrofoil
IMHEF, DGM, EPFL (1999)
- [6.3.2] Christophe Arn
Seabus-Hydaer hydrofoil tests
LMH, E.P.F.L. (1998)
- [6.3.3] Claude Friedli

- Introduction à la chimie pour ingénieurs : Eléments de chimie des surfaces
EPFL (1996)
- [6.3.4] Inge L. Rhyning
Dynamique des Fluides
PPUR, Lausanne (1991)
- [6.3.5] Christian Gruber
Thermodynamique & Mécanique Statistique, Tome 1
Institut de Physique Théorique (IPT), EPFL (1997)
- [6.3.6] Roland Hirschi
Thèse n° 1777, Prédiction par modélisation numérique tridimensionnelle des effets de la
cavitation à poche dans les turbomachines hydrauliques
Lausanne, EPFL (1998)

6.4 Publications n'entrant pas dans les catégories précédentes

- [6.4.1] Brite-Euram
Seabus-Hydaer Project Handbook
Brite-Euram (1997)

7. ANNEXES

7.1 Géométrie du profil Panda

x	y _{up}	y _{low}
0,000000	0,000000	0,000000
0,000987	0,003443	-0,003468
0,003943	0,004306	-0,004575
0,008856	0,006498	-0,007028
0,015708	0,009954	-0,010445
0,024472	0,014000	-0,014375
0,035112	0,018446	-0,018870
0,047586	0,023159	-0,023612
0,061847	0,027904	-0,028299
0,077836	0,032441	-0,032864
0,095491	0,036731	-0,036985
0,114743	0,040493	-0,040747
0,135516	0,043705	-0,043752
0,157726	0,046050	-0,046050
0,181288	0,047473	-0,047473
0,206107	0,048561	-0,048561
0,232087	0,049250	-0,049250
0,259123	0,049615	-0,049615
0,287110	0,049897	-0,049897
0,315938	0,049862	-0,049862
0,345491	0,049520	-0,049520
0,375655	0,048888	-0,048888
0,406309	0,047984	-0,047984
0,437333	0,046829	-0,046829
0,468605	0,045445	-0,045445
0,500000	0,043854	-0,043854
0,531395	0,042082	-0,042082
0,562667	0,040152	-0,040152
0,593691	0,038087	-0,038087
0,624345	0,035912	-0,035912
0,654508	0,033648	-0,033648
0,684062	0,031318	-0,031318
0,712890	0,028944	-0,028944
0,740877	0,026546	-0,026546
0,767913	0,024145	-0,024145
0,793893	0,021759	-0,021759
0,818712	0,019409	-0,019409
0,842273	0,017113	-0,017113
0,864484	0,014890	-0,014890
0,885257	0,012758	-0,012758
0,904508	0,010736	-0,010736
0,922164	0,008842	-0,008842
0,938153	0,007092	-0,007092
0,952414	0,005503	-0,005503
0,964888	0,004091	-0,004091
0,975528	0,002870	-0,002870
0,984292	0,001852	-0,001852
0,991144	0,001048	-0,001048
0,996057	0,000468	-0,000468
0,999013	0,000117	-0,000117
1,000000	0,000000	0,000000

Le profil est caractérisé par une corde $c = 100$ [mm], valeur utilisée pour normaliser les dimensions proposées pour le profil. On remarque en particulier que le profil est asymétrique $\forall x \in [0 ; 0.135516]$ (valeurs en jaune dans le tableau de gauche), pour devenir ensuite symétrique. L'abscisse définissant la fin de l'asymétrie correspond au début de la fente d'injection d'air. Le profil correspondant aux valeurs proposées est représenté par la Figure 39.

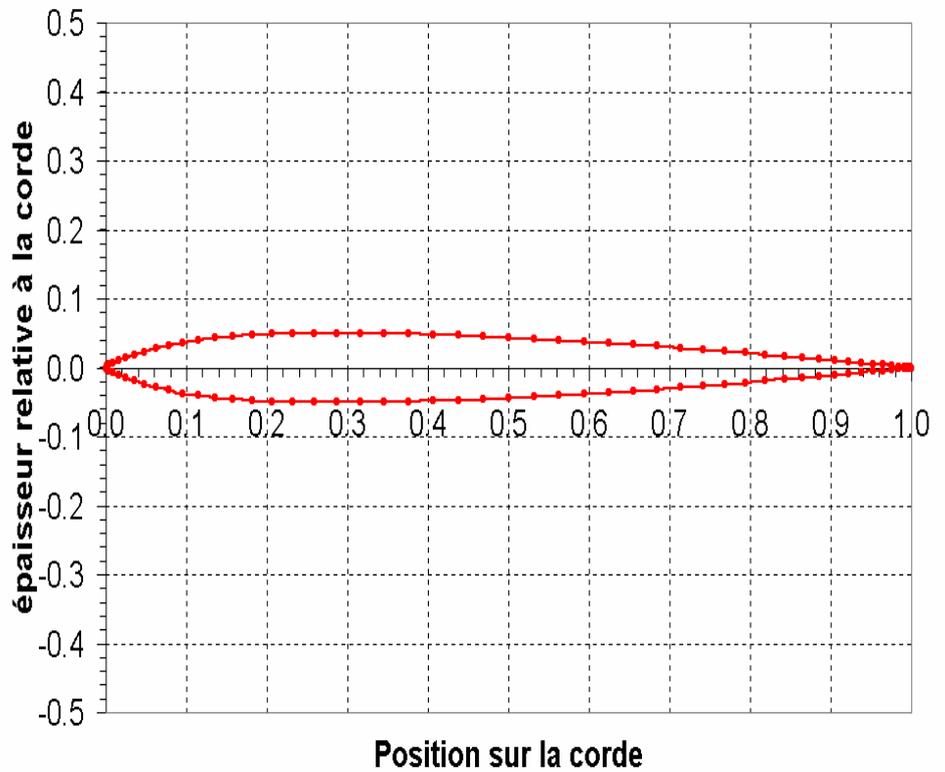


Figure 39: Profil Panda sans fente d'injection



Figure 40: Profil Panda à l'échelle avec fentes d'injection

Une particularité du profil est de présenter une variation de courbure au bord d'attaque (cf. Figure 41, en $x \approx 0.004$). Une telle géométrie pourrait favoriser la cavitation au bord d'attaque, et donc créer plus facilement une poche (cf. section 1.1).

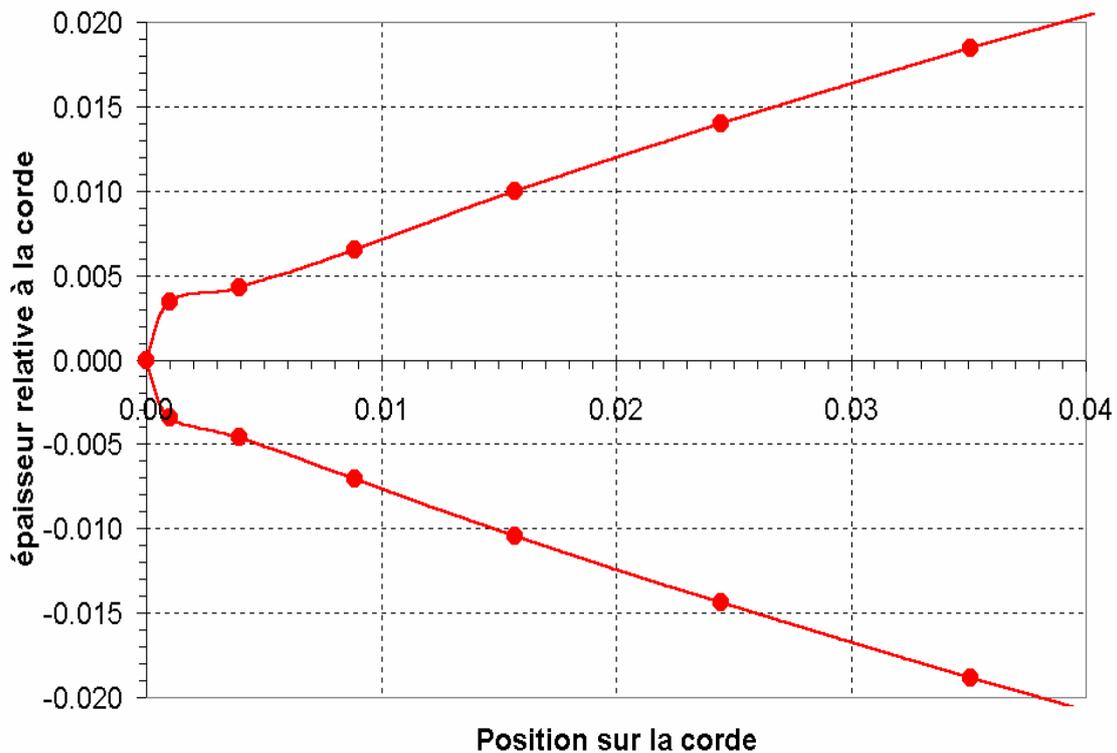


Figure 41: Agrandissement du bord d'attaque et variation de courbure

Pour réaliser la fente d'injection, des informations supplémentaires sont nécessaires (cf. Figure 42).

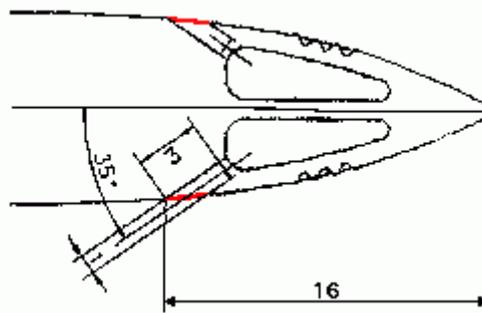


Figure 42: Cotations de la fente d'injection

Pour assurer une meilleure qualité de maillage, on ne réalise pas la fente d'injection mais uniquement une surface d'injection (cf. Figure 11 p.13 partie droite du profil, cf. Figure 42 partie colorée en rouge) en lui attribuant l'attribut « Velocity_Inlet ». En effet, Fluent 5.0 attribue une condition de glissement à cette surface, ce qui est suffisamment proche de la réalité.

7.2 Images complémentaires

Cette annexe présente certains profils de vitesse, pression, densité, vecteurs vitesse, etc. qui ne sont pas suffisamment centraux pour être présentés dans le corps du rapport. Néanmoins, ils complètent et illustrent certains arguments présentés dans les sections 3 et 4.

7.2.1 Evaluation de la valeur des résultats stationnaires par l'analyse d'isosurfaces

Pression dans un voisinage de la fente d'injection

La Figure 43 représente les contours de norme de vitesse en milieu fini sans injection.

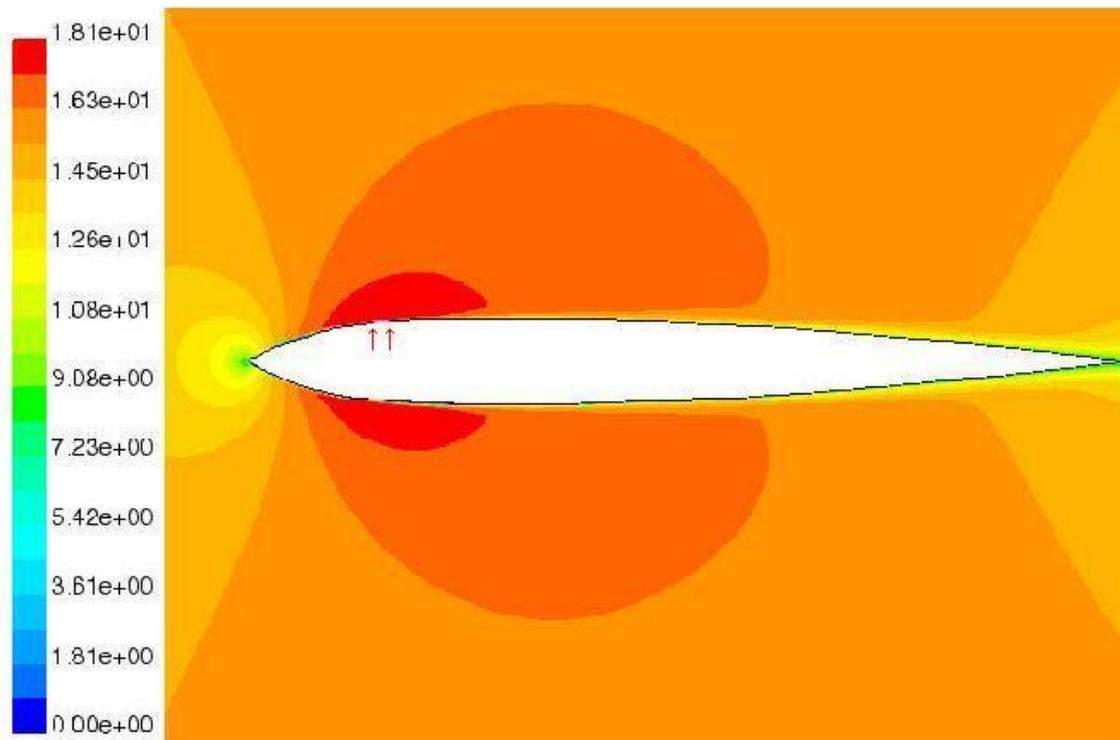


Figure 43: 0 l/min, milieu fini, stationnaire, contours de norme de vitesse

On remarque que la vitesse est maximale à la fente d'injection (environ 18 m/s, alors que l'écoulement à l'entrée de la veine est de 15 m/s), dont les limites sont mises en évidence par les deux flèches rouges. Cette image est très similaire aux contours de pression de la Figure 14 p.21 à la différence près qu'à des maxima de pression correspondent des minima de vitesse, et vice et versa. Ceci est en accord avec l'interprétation de Bernoulli des écoulements (cf. section 1.3.4 p. 9).

Comparaison de la forme de la poche en milieu fini et infini

Ce paragraphe présente les contours de phases en milieu fini et infini pour une injection de 30, 60, 90, 137, 200, 300, 400, 500, 700 l/min. Nous présentons l'ensemble de ces graphiques car ils ont permis de réaliser l'étude de l'épaisseur de la poche en fonction du débit d'injection (cf. section 3.1.3 p.22, Figure 17 p.23, Figure 18 p.23).

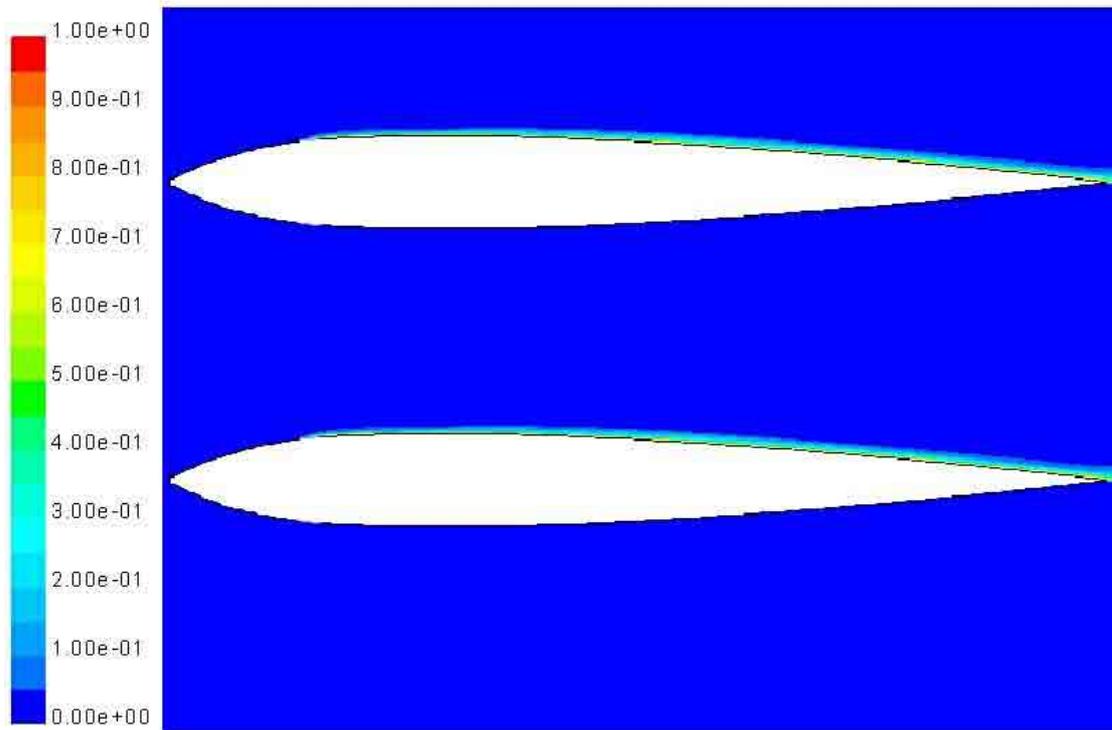


Figure 44: 30 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, phases sur le profil

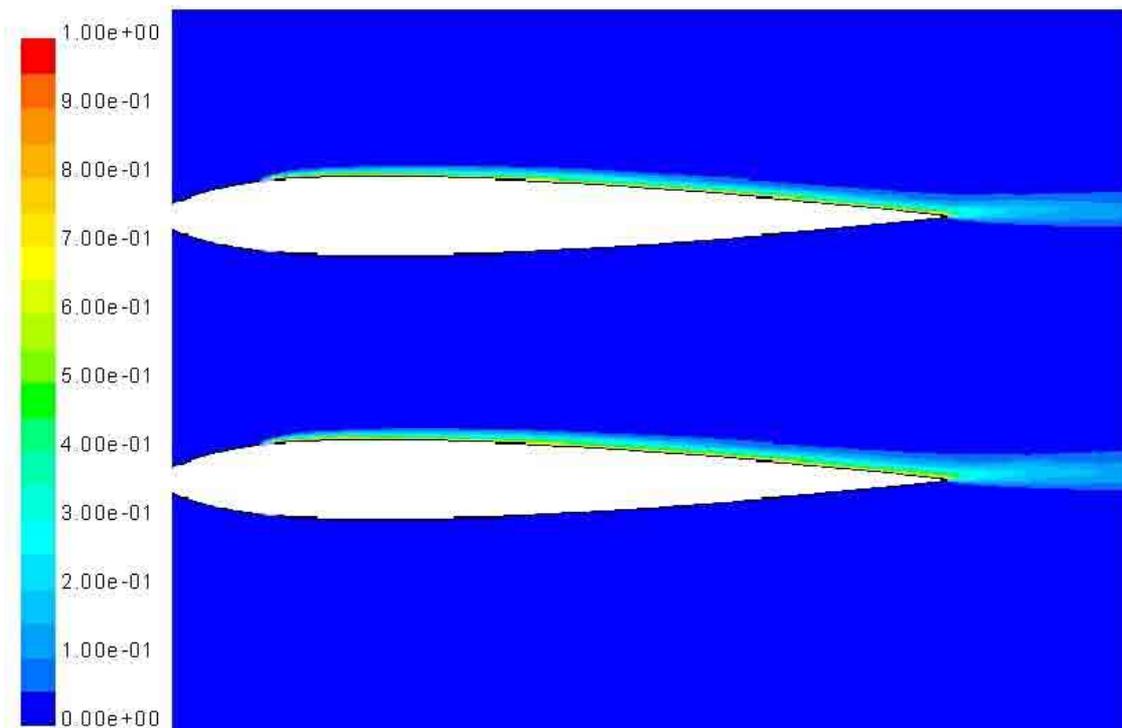


Figure 45: 60 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, phases sur le profil

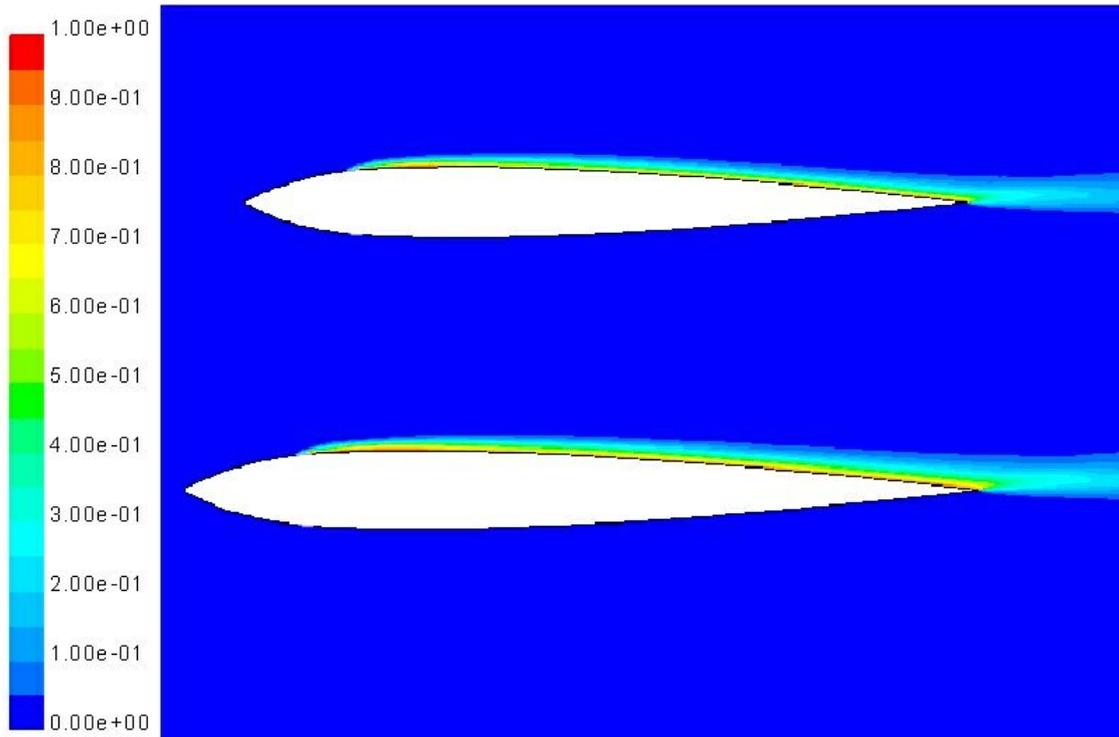


Figure 46: 90 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, phases sur le profil

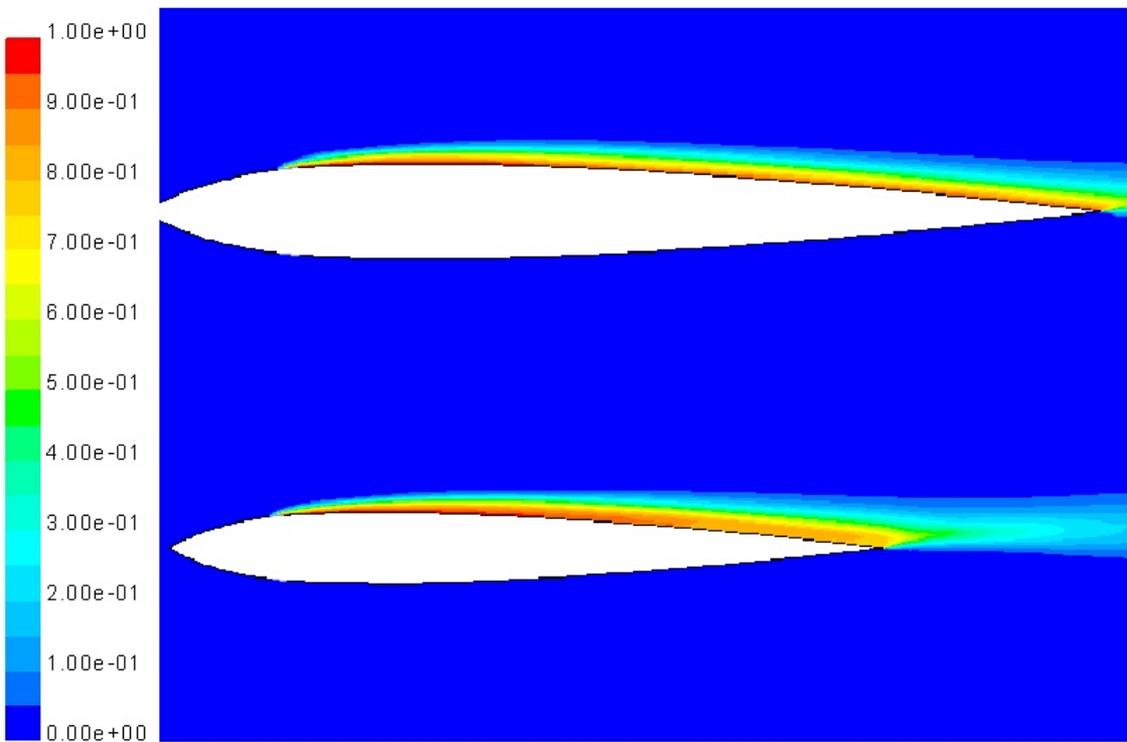


Figure 47: 137 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, phases sur le profil

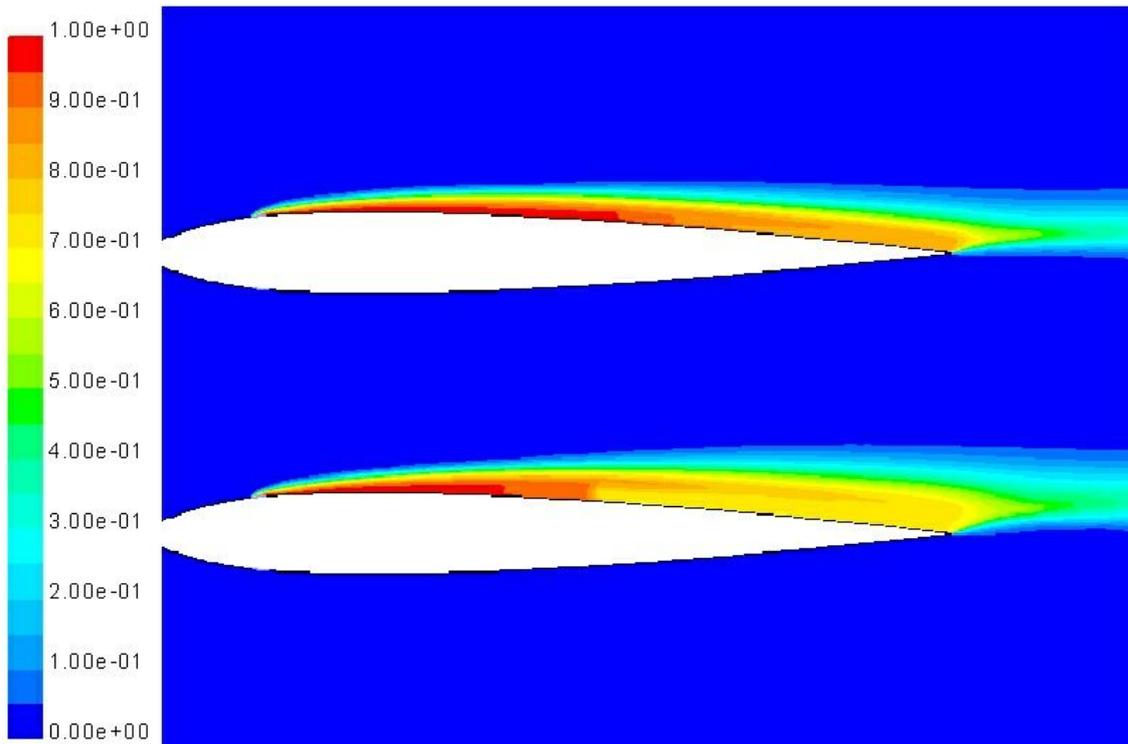


Figure 48: 200 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, phases sur le profil

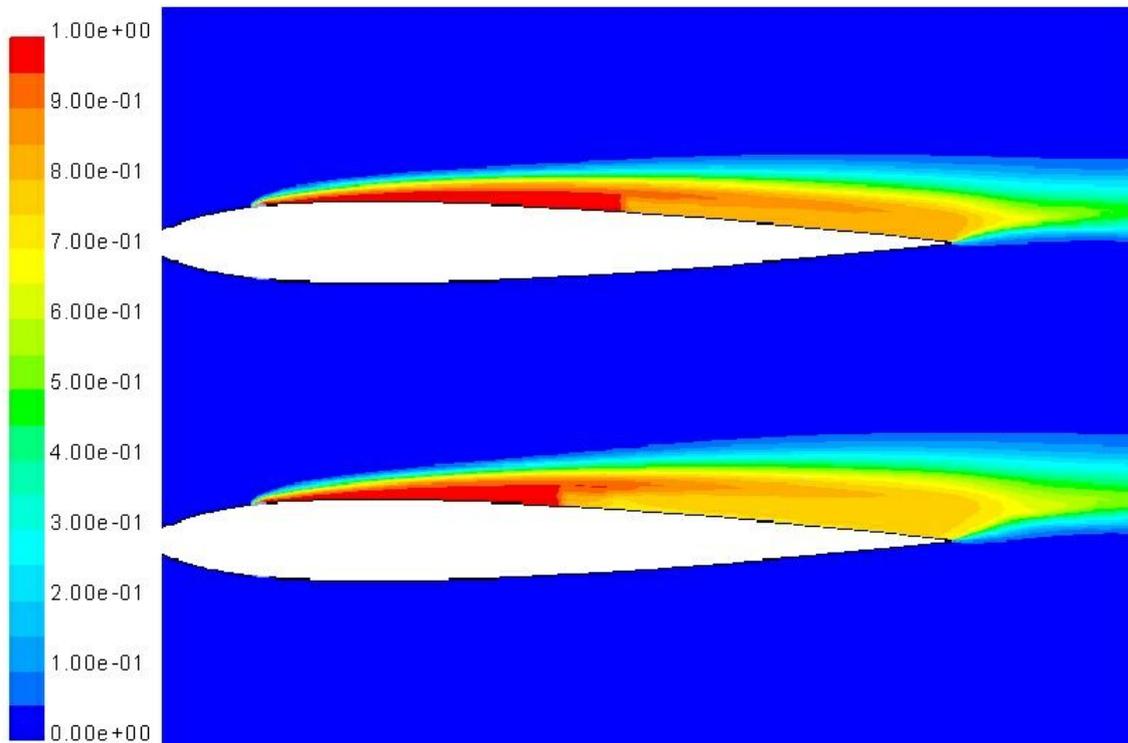


Figure 49: 300 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, phases sur le profil

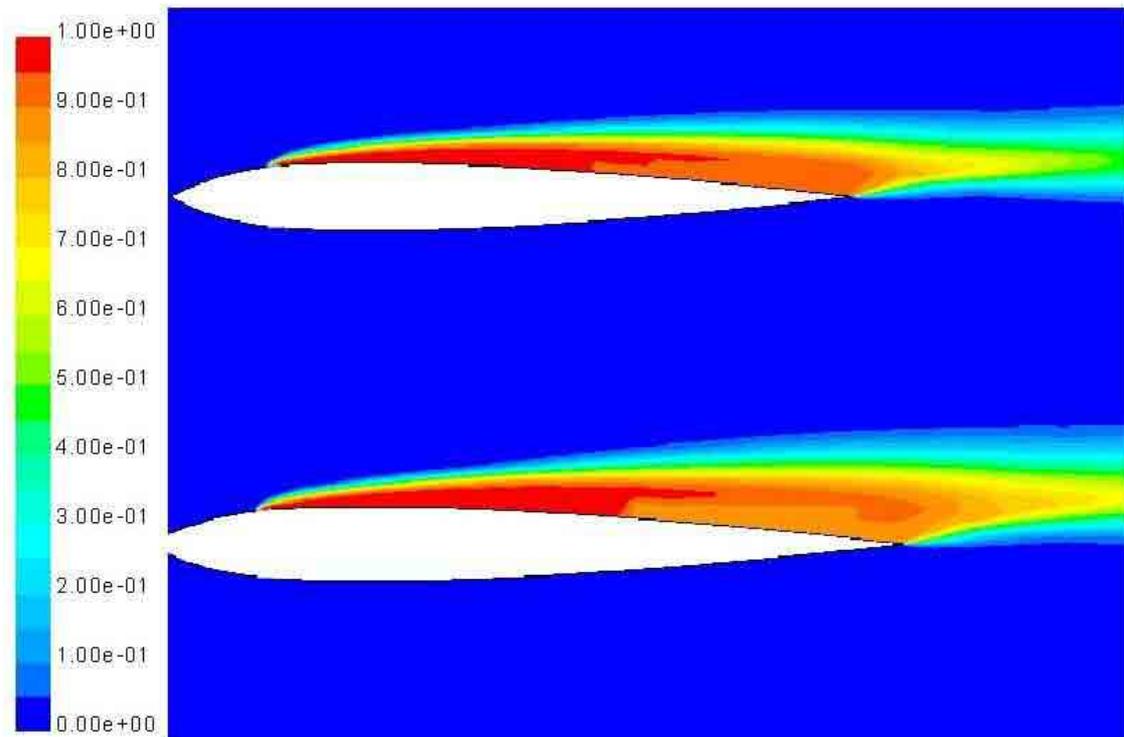


Figure 50: 400 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, phases sur le profil

La Figure 50 montre que la densité d'air sur le profil est plus faible qu'à « l'interface » air-eau. Ceci est un résultat conforme à la réalité, où la poche d'air se « remplit » d'eau au niveau du profil.

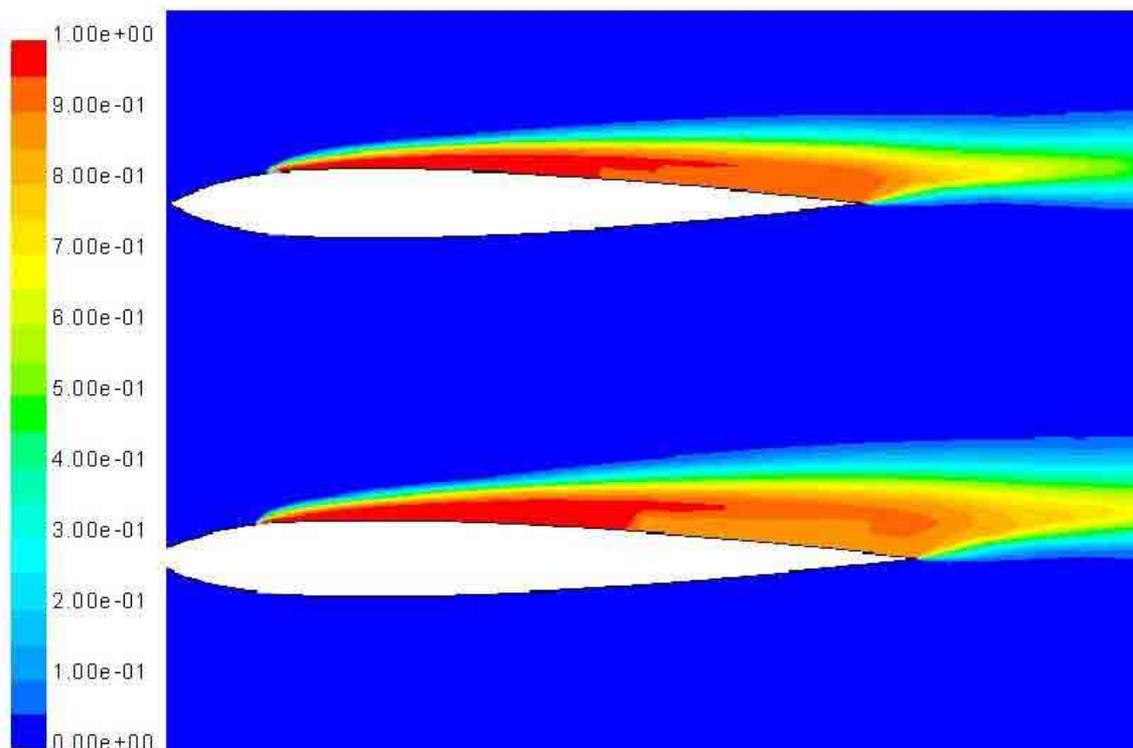


Figure 51: 500 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, phases sur le profil

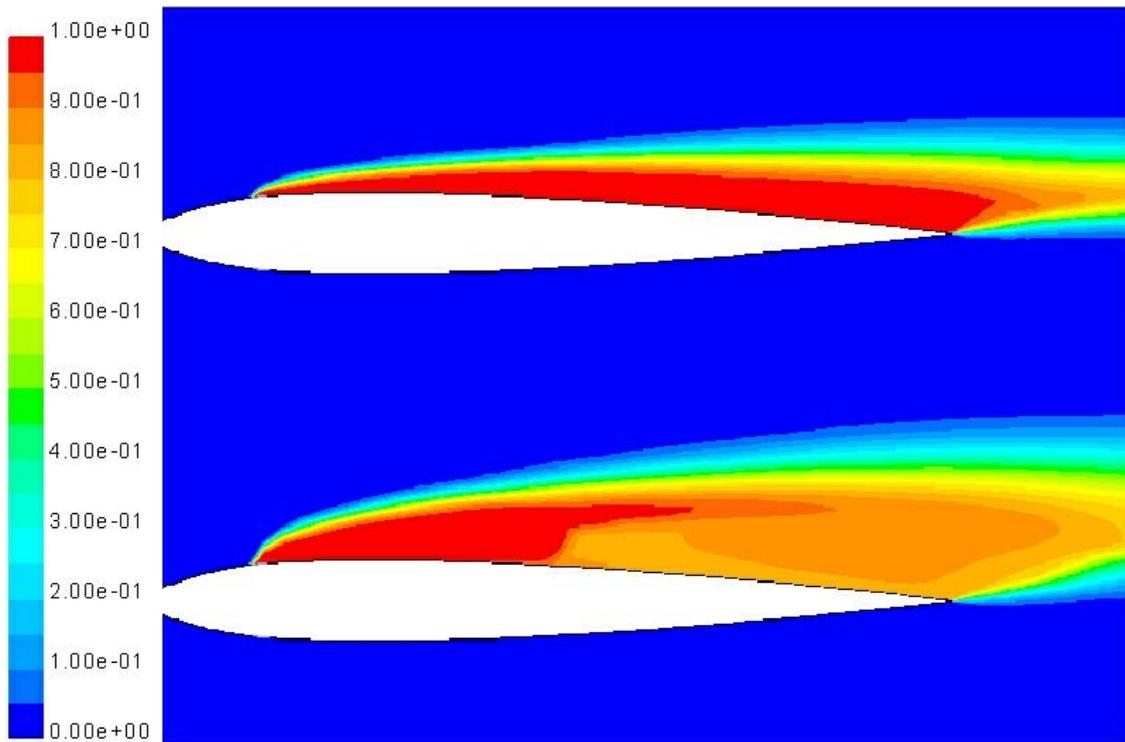


Figure 52: 700 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, phases sur le profil

Soit $\rho^{fini}(x, y)$ (respectivement $\rho^{infini}(x, y)$) la densité d'air en milieu fini (respectivement infini), soit \underline{e}_x (respectivement \underline{e}_y) le vecteur unitaire dans la direction parallèle (respectivement perpendiculaire) à l'écoulement, alors la Figure 53 montre une décroissance plus lente de la densité d'air $\rho^{infini}(x, y)$ après le bord de fuite par rapport à y en x fixé.

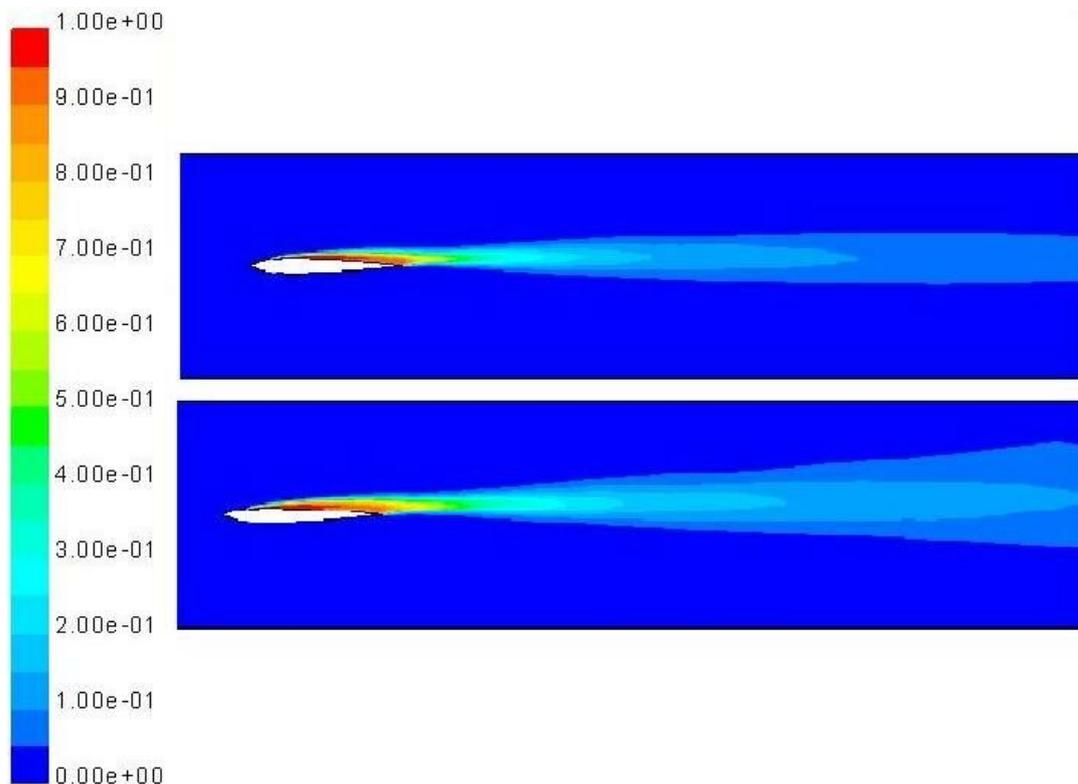


Figure 53: 500 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, phases

En milieu infini, l'air diffuse donc plus facilement qu'en milieu fini, ce qui est confirmé par les lignes

de courant de la Figure 54. Etant donné que la résolution des équations de continuité des phases est réalisée par le schéma « Upwind », lequel introduit une viscosité numérique artificielle ne correspondant pas au problème physique, la solution obtenue montre une diffusion plus prononcée que la solution réelle. Nous supposons néanmoins que cette diffusion artificielle est négligeable dans le cas qui nous intéresse.

La Figure 54 montre, plus clairement que la Figure 16 p.22, l'existence d'une composante normale non nulle des lignes de courant sur les bords supérieurs et inférieurs du volume de contrôle en milieu infini.

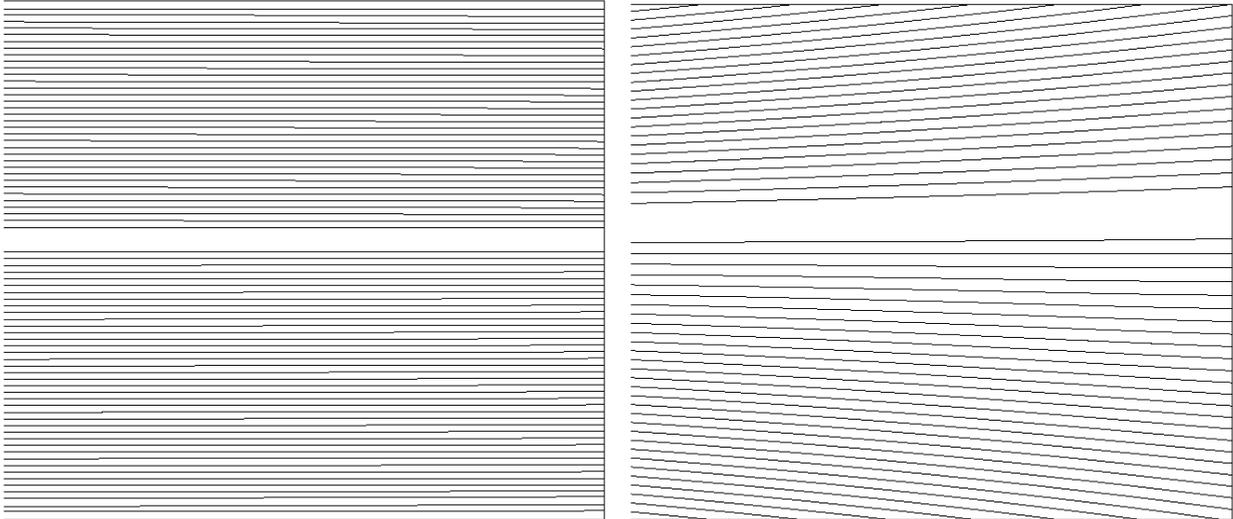


Figure 54: 700 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, lignes de courant et pertes

Déplacement du point d'arrêt pour de forts débits d'injection

La Figure 55 montre que, pour une injection de 30 l/min, on ne peut pas distinguer une différence significative de position du point d'arrêt entre milieu fini (à gauche) et infini (à droite).



Figure 55: 30 l/min, milieux fini et infini, stationnaire, vecteurs vitesse au bord d'attaque

7.2.2 Portance et traînée en fonction du débit d'injection

La Figure 56 représente une interpolation linéaire par morceaux de la différence de traînée entre milieu fini et infini.

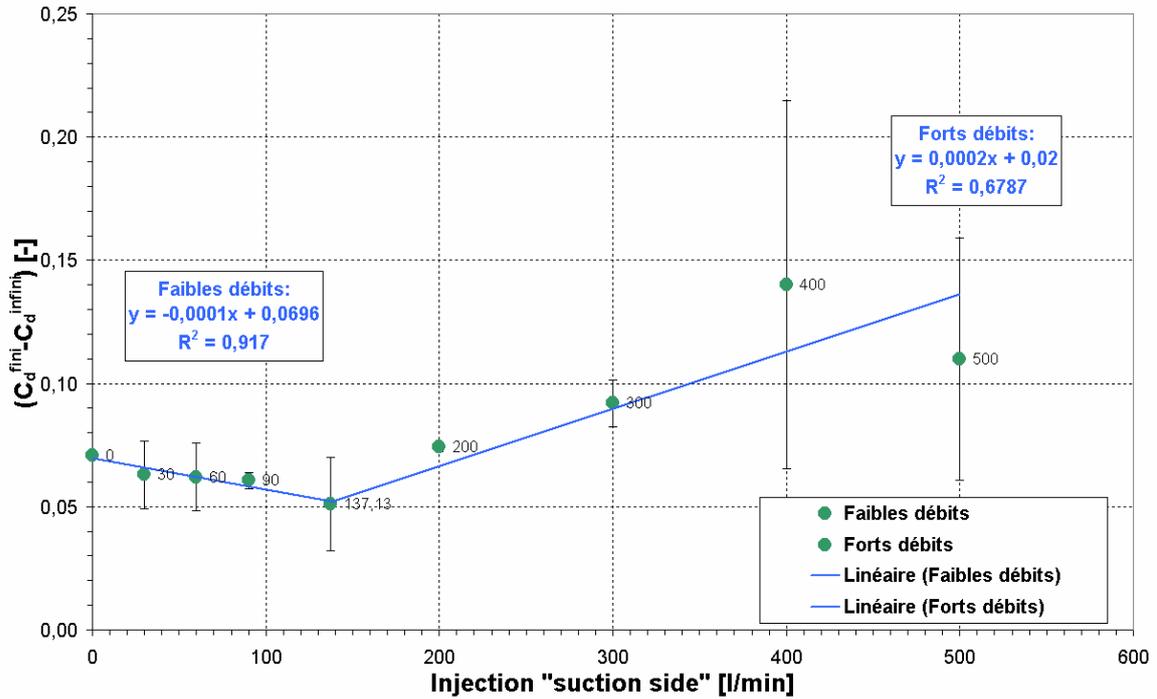


Figure 56: Interpolation des différences de traînée

La Figure 57 représente la portance en milieu fini et infini, ainsi que la portance trouvée à l'aide de l'interpolation de type chaleur spécifique de la page 26 et des données en milieu fini (croix noires sur la Figure 57).

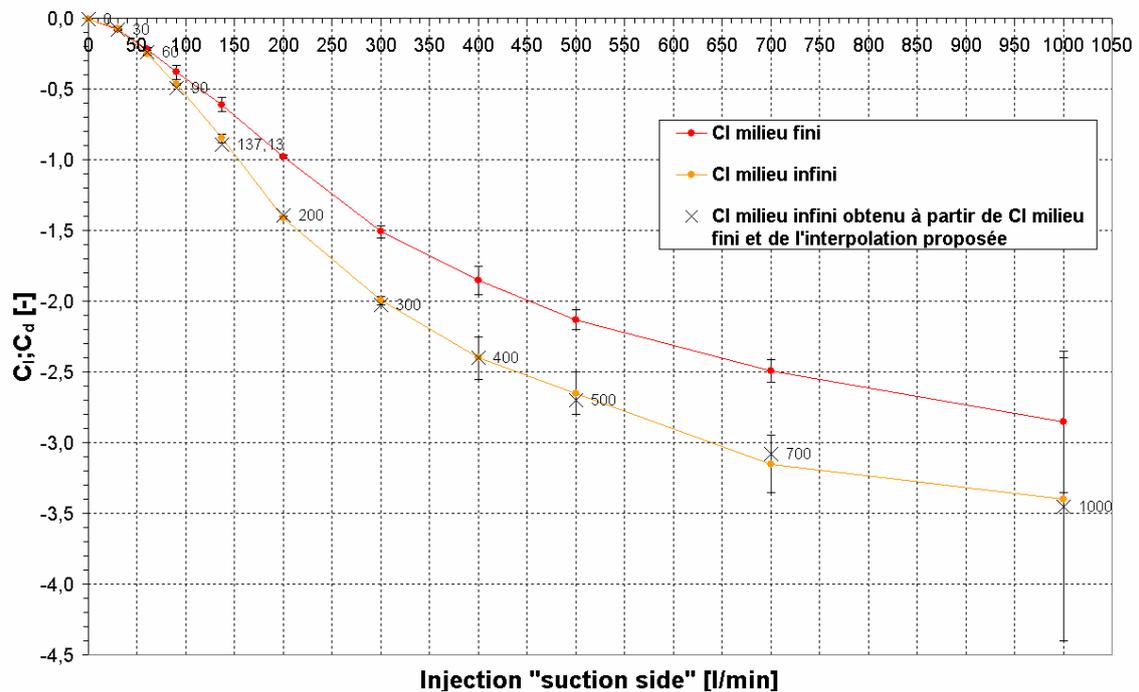


Figure 57: Portance en milieu infini obtenue par l'interpolation basée sur le milieu fini

Nous constatons à quel point les valeurs prédites sont proches des résultats numériques. La Figure 58 représente les différences de débit entre l'intrados et l'extrados pour un milieu fini et infini (cf. Figure 23 p.26 pour la définition des lignes sur lesquelles on calcule le débit).

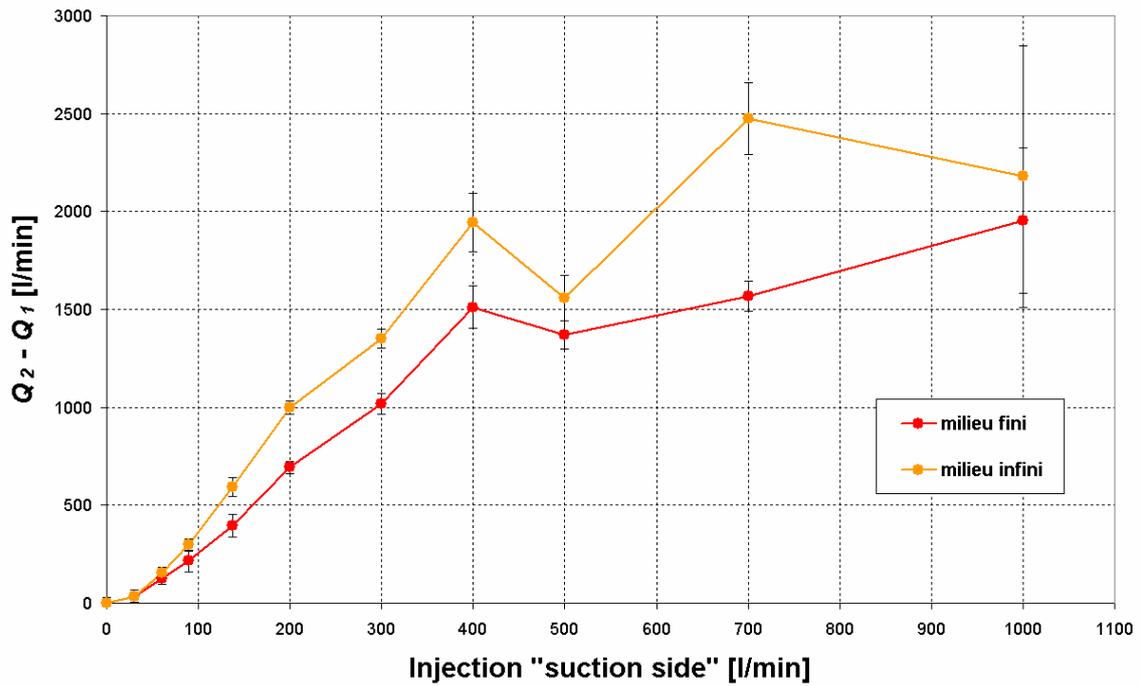


Figure 58: Comparaison des différences de débits $Q_{intrados}-Q_{extrados}$ entre milieu fini et infini

7.2.3 Potentialités de la simulation non stationnaire

Schéma multiphasique « Geo-Reconstruct »

La Figure 59 consiste en un agrandissement de la Figure 25 p.28, mettant en évidence les inhomogénéités de la poche d'air.

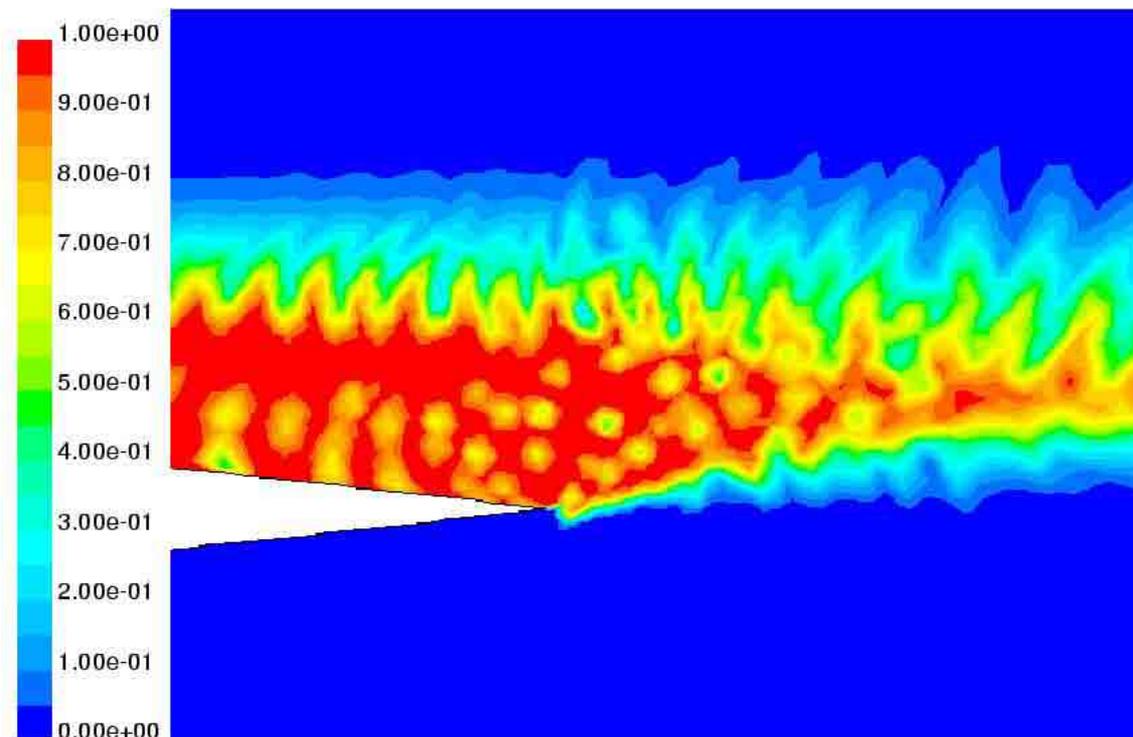


Figure 59: 500 l/min, milieu fini, non stationnaire, "Geo-Reconstruct", phases au bord de fuite

La Figure 60 montre les lâchés de faible densité d'air après le bord de fuite.

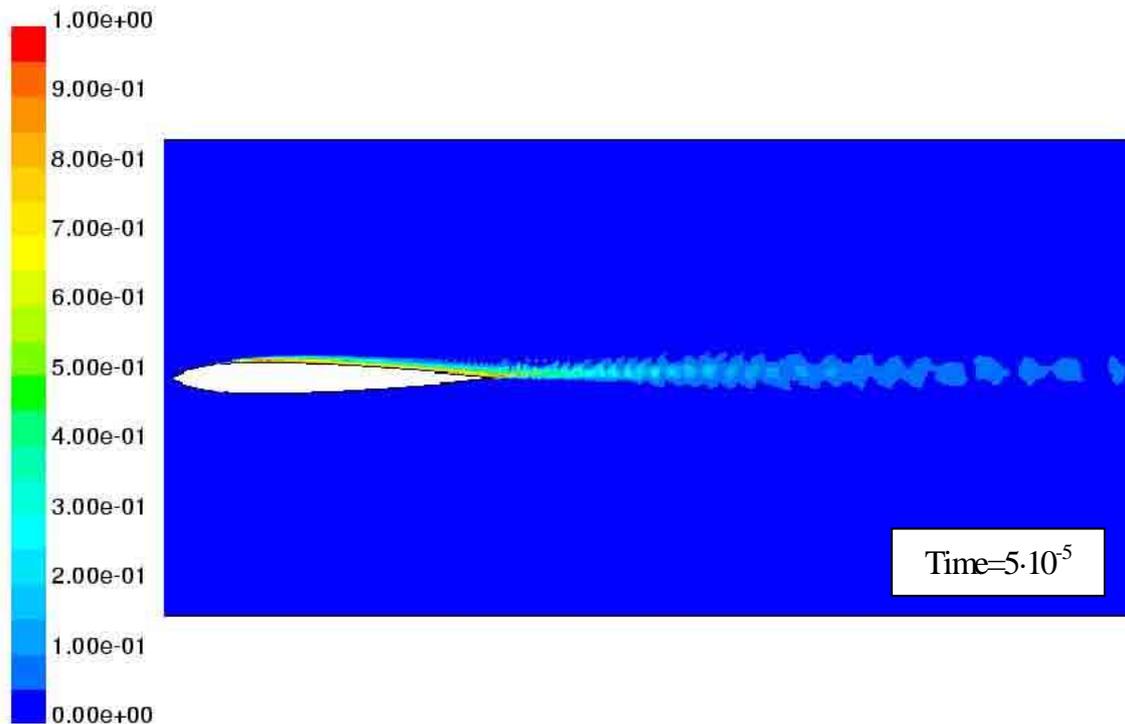


Figure 60: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, “Geo-Reconstruct”, phases

La Figure 61 montre de légères oscillations de phases juste après la fente d'injection.

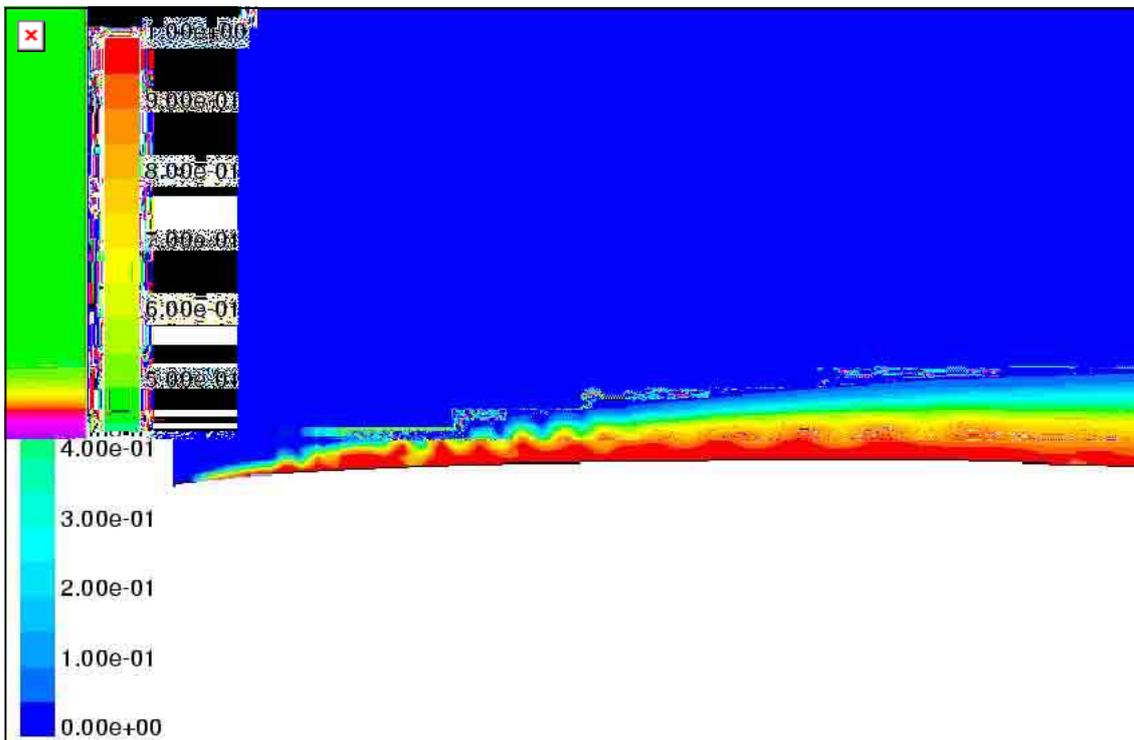


Figure 61: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, “Geo-Reconstruct”, phases à l'injection

L'amplitude de ces oscillations de densité diminue lorsqu'on s'éloigne de la fente d'injection, sans que les oscillations ne disparaissent (cf. Figure 62).

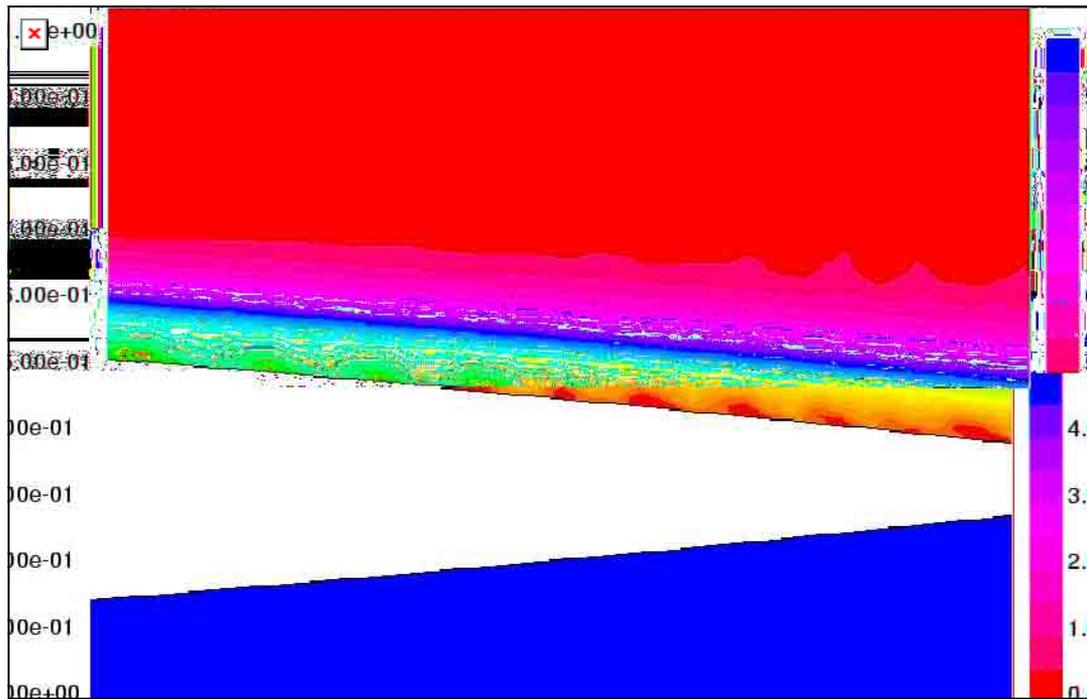


Figure 62: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, "Geo-Reconstruct", phases sur le contour

Ces oscillations de densité sont encore plus marquées pour une injection de 30 l/min (cf. Figure 63).

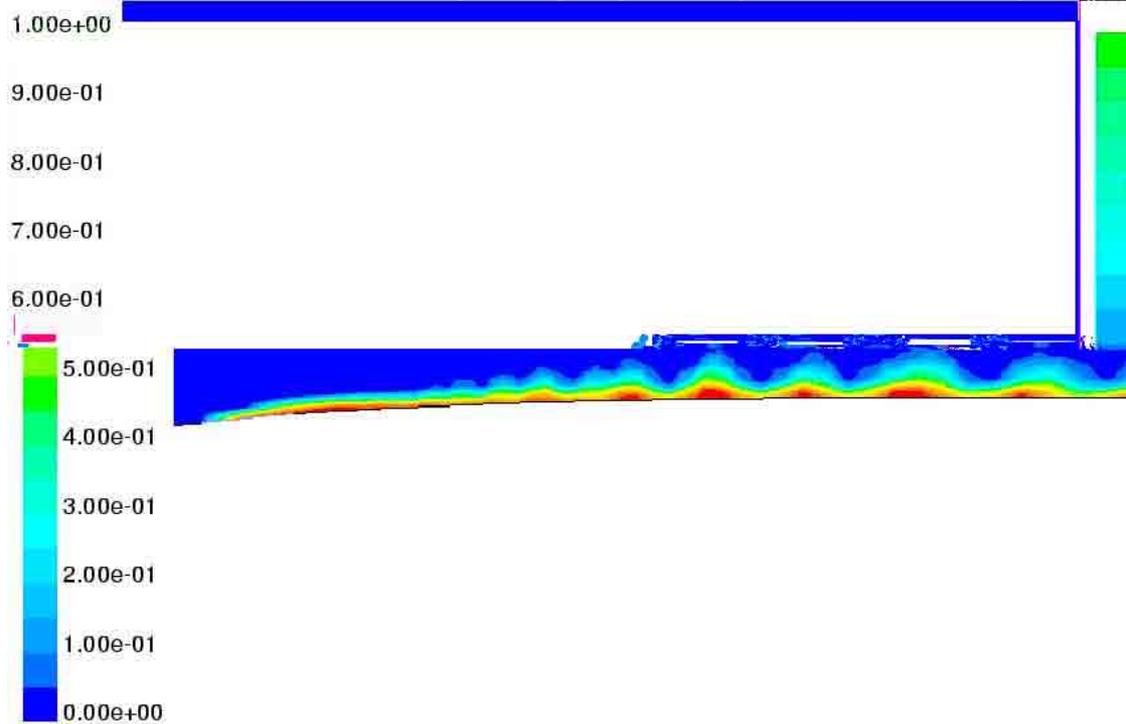


Figure 63: 30 l/min, milieu fini, non stationnaire, "Geo-Reconstruct", phases à l'injection

A l'instar de l'injection de 137 l/min (cf. Figure 60 p.56), des lâchés de bulles de faible densité apparaissent pour 30 l/min (cf. Figure 64).

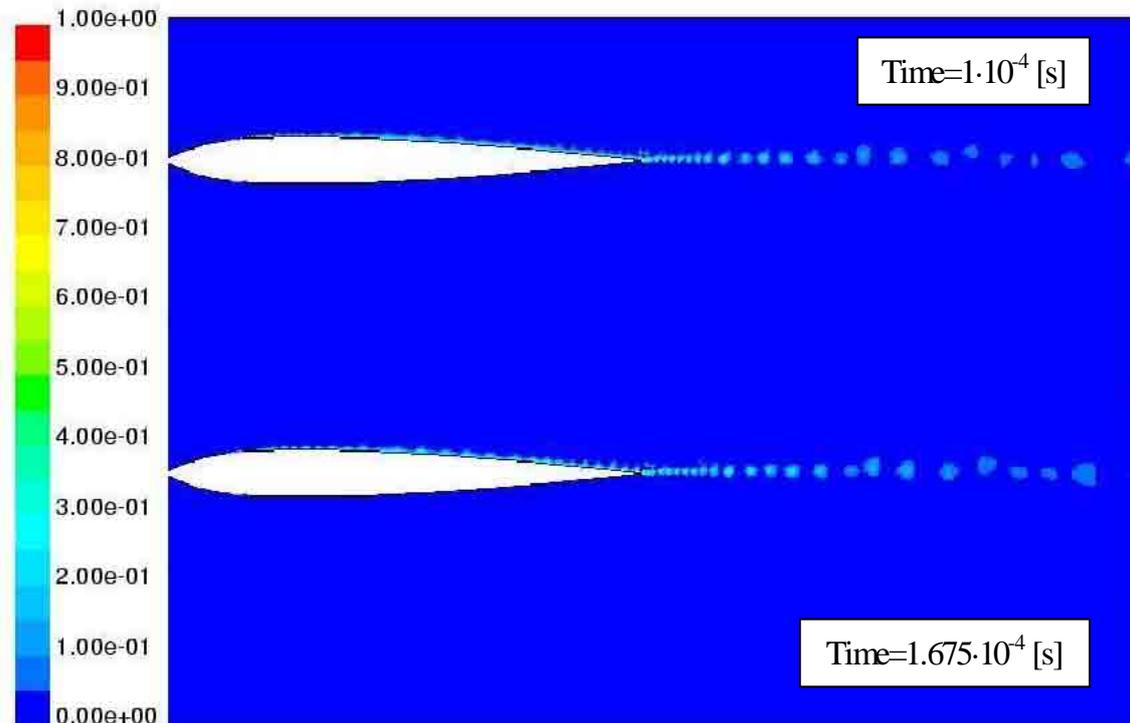


Figure 64: 30 l/min, milieu fini, non stationnaire, “Geo-Reconstruct”, phases

Phénomène de diminution de portance lorsque la poche dépasse la corde

Les images qui suivent font suite à la Figure 31 p.31. La Figure 65 représente le coefficient de pression C_p sur le profil pour les pas de temps t_3 (portance maximale) et t_5 (portance négative).

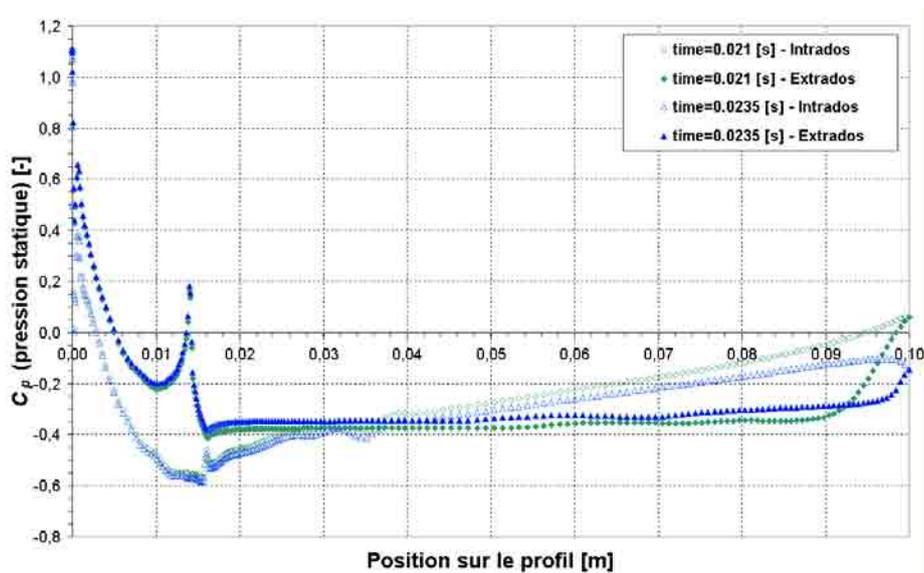


Figure 65: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, C_p pour $t_3=0.021$ [s] et $t_5=0.0235$ [s]

La pression en amont de l'injection reste constante, ce qui n'est plus le cas de la pression à l'intrados. La Figure 66 représente le coefficient de pression C_p sur le profil pour les pas de temps t_5 (portance négative) et t_6 (portance minimale).

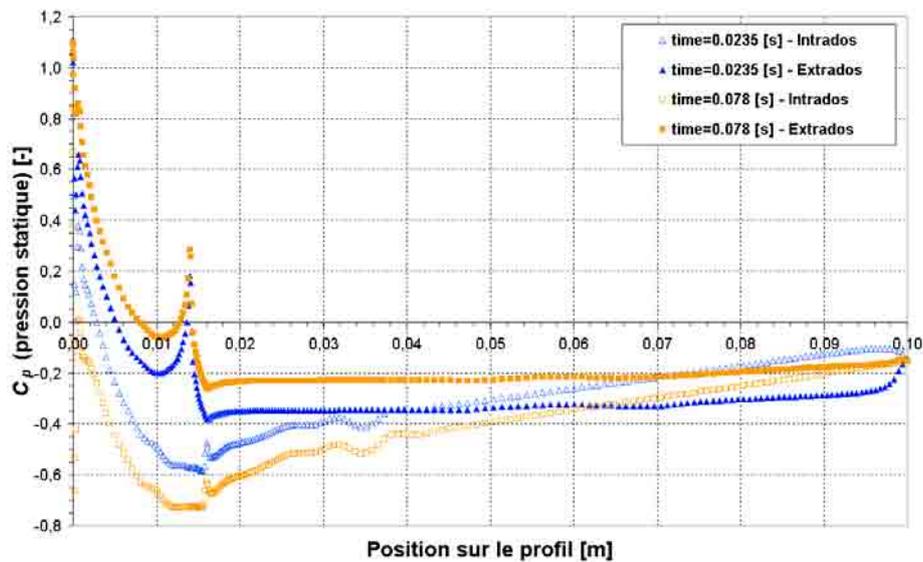


Figure 66: $137 \frac{1}{\text{min}}$, milieu fini, non stationnaire, C_p pour $t_5=0.0235$ [s] et $t_6=0.078$ [s]

Contrairement aux pas de temps précédents, la pression en amont de l'injection varie : la pression à l'extrados (respectivement intrados) est globalement augmentée (respectivement diminuée). La Figure 67 représente les différences de débit entre l'intrados et l'extrados en fonction du temps.

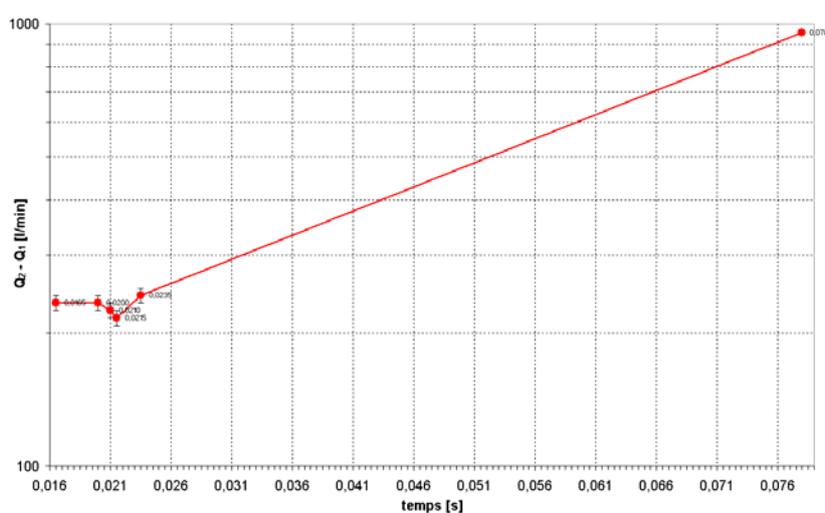


Figure 67: $137 \frac{1}{\text{min}}$, milieu fini, non stationnaire, différence de débit intrados et extrados

La connaissance des débits Q_1 et Q_2 permet ensuite de déterminer le coefficient de portance C_L avec l'équation de Bernoulli (Figure 33 p.32). On présente différents contours de pression, norme de la vitesse, direction de l'écoulement, pour les pas de temps t_1, t_3, t_5, t_6 (cf. Figure 29 p.30). La Figure 68 représente les contours de pression lorsque la portance est légèrement positive (image de gauche) et maximale (image de droite).

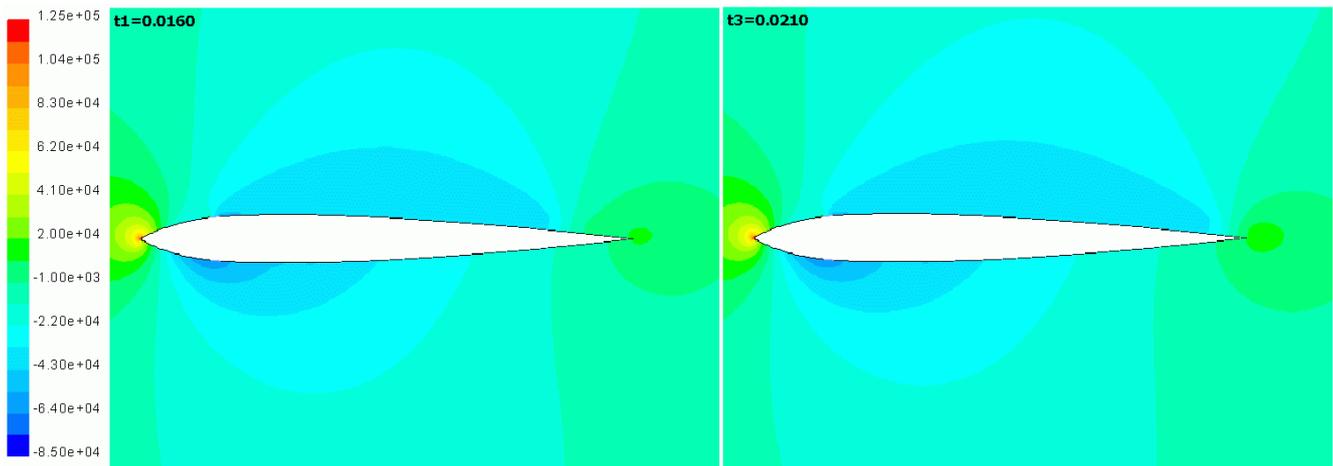


Figure 68: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, contours de pression aux pas de temps t_1 , t_3

La poche assure une sous-pression à l'extrados, tandis que la pression reste presque inchangée à l'intrados. La conséquence est forcément une augmentation de portance, ce que montre bien la Figure 29 p.30. On observe aussi une poche de surpression au bord de fuite. La Figure 69 représente les contours de pression lorsque la portance devient négative (image de droite), et environ un demi dixième de seconde plus tard lorsque la poche a fortement dépassé le bord de fuite (image de droite).

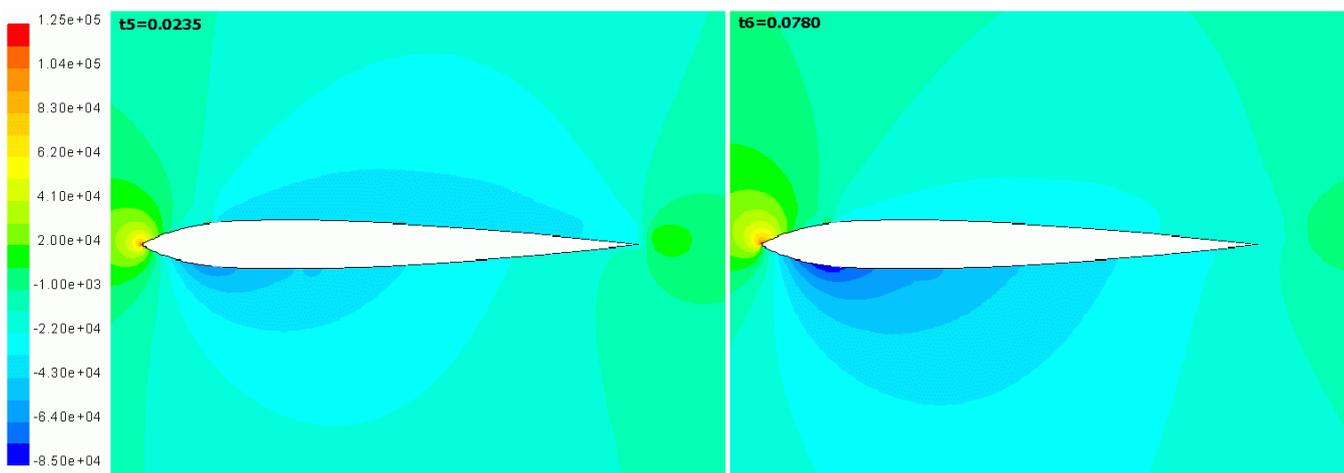


Figure 69: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, contours de pression aux pas de temps t_5 , t_6

La pression augmente (respectivement diminue) d'environ 10'000 [Pa] à l'extrados (respectivement à l'intrados), de telle sorte que la portance devient négative. On observe aussi que la poche de surpression, collée au bord de fuite dans la Figure 68, s'éloigne du bord de fuite. La Figure 70 représente les contours de norme de la vitesse.

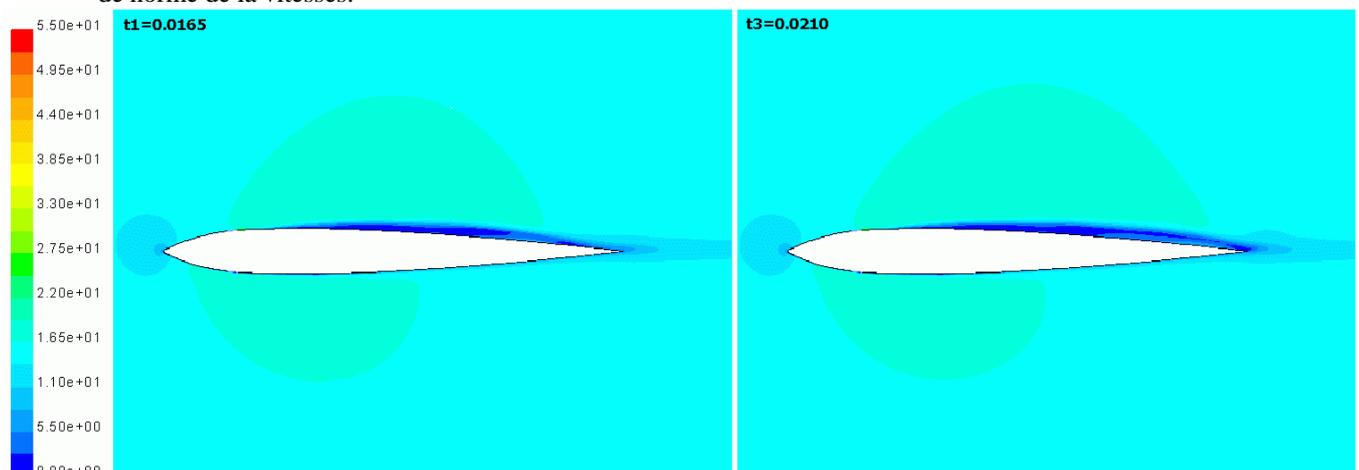


Figure 70: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, contours de vitesse aux pas de temps t_1 , t_3

La zone de vitesse nulle est homogène et bien “collée” sur le profil. Les vitesses, à l'extrados particulièrement, sont plus grandes qu'ailleurs dans le fluide, ce qui fait penser à une condition de Bernoulli. En effet, la vitesse étant plus grande (cf. Figure 70), la pression est plus faible (Figure 68 p.60).

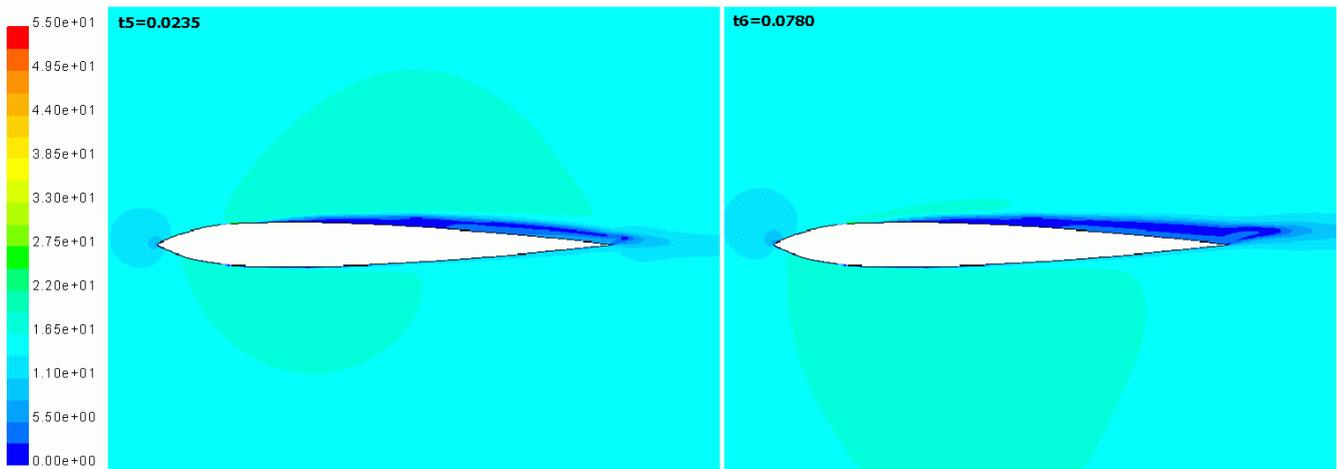


Figure 71: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, contours de vitesse aux pas de temps t_5 , t_6

En $t = t_6$, la vitesse a diminué (respectivement augmentée) à l'extrados (respectivement l'intrados), ce qui laisse à nouveau supposer qu'il est possible de retrouver la tendance décroissante de la portance lorsque la poche d'air dépasse le point de fuite. On remarque aussi que le point d'arrêt est translaté vers la fente d'injection (cf. section 3.1.4 p.24). Nommons Θ la forme de la poche de vitesse nulle (en bleu foncé), alors il est intéressant d'observer la nouvelle forme spatiale de Θ . Contrairement à $t < t_5$, Θ n'est plus collée sur le profil. Il en résulte une modification effective de la forme du profil, qui devient ainsi non symétrique.

La Figure 72 représente des contours dont la couleur varie en fonction de l'angle des vecteurs vitesse par rapport à la direction $\overline{e_x}$.

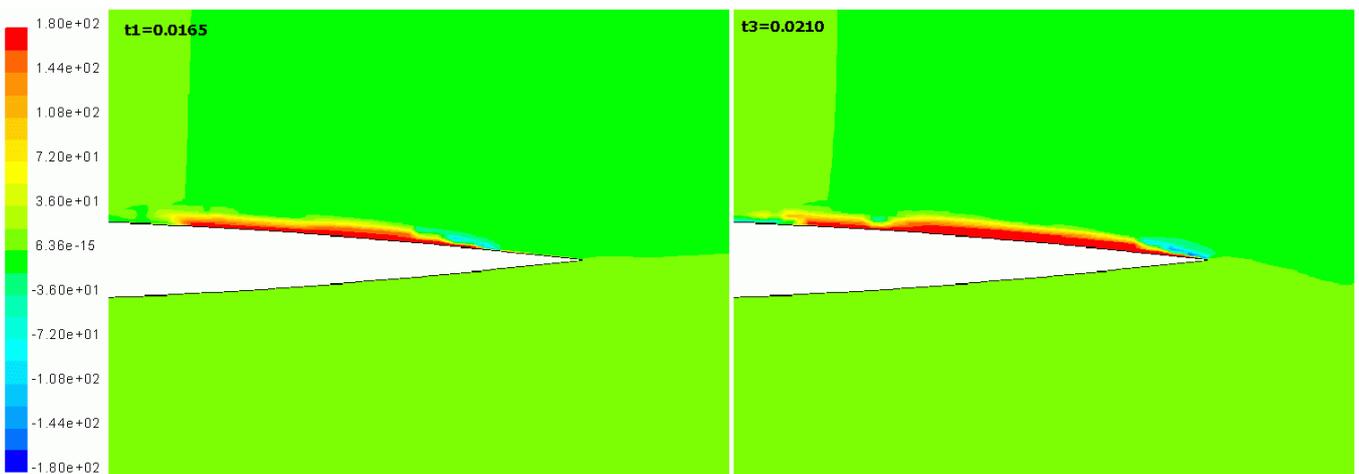


Figure 72: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, contours d'angle aux pas de temps t_1 , t_3

Même lorsque la portance est positive, le fluide situé à la surface du profil dans le voisinage de bord de fuite se déplace dans la direction opposée à l'écoulement.

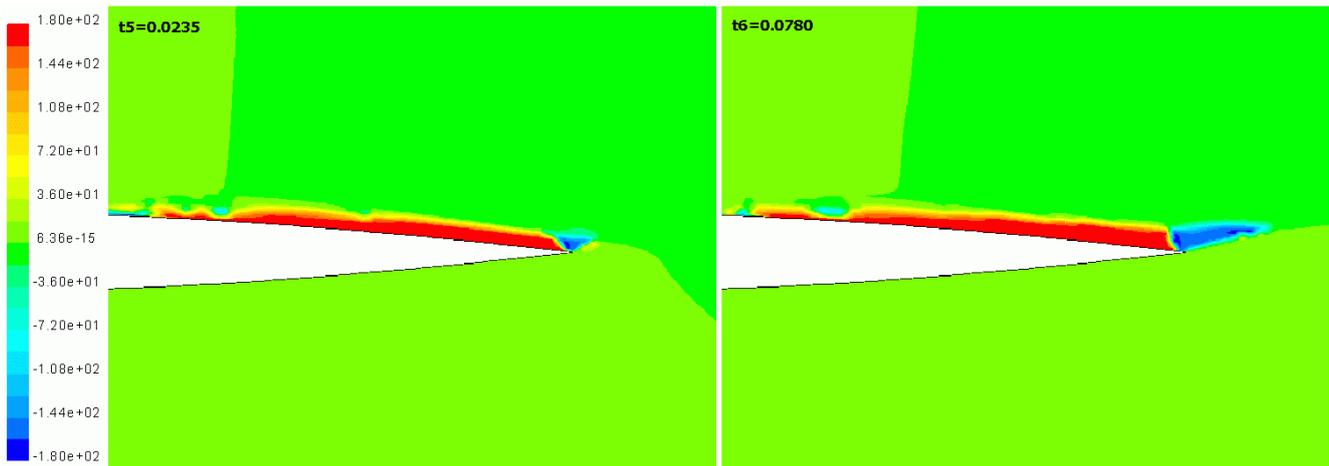


Figure 73: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, contours d'angle aux pas de temps t_5 , t_6

La Figure 73 montre l'apparition d'un tourbillon au bord de fuite (zone bleu foncé) dont l'amplitude spatiale augmente en fonction du temps.

7.3 Coefficient de pression C_p sur le contour du profil

Plutôt que d'étudier les contours de pression sur l'ensemble de la surface de contrôle, nous préférons dans cette section, cibler l'étude de la pression sur la surface du profil. Ceci pour deux raisons. La première est qu'il est plus difficile de mettre en évidence des variations de pression dans un domaine $\Lambda \subset \mathbb{R}^2$ (la surface de contrôle) que sur une ligne (la surface du profil). La seconde est qu'il n'est pas nécessaire de porter notre attention sur des variations locales de pression en aval du profil dues à des tourbillons (par exemple) si on désire étudier la portance. Il nous suffit donc d'étudier la pression à la surface du profil. Le contenu de cette annexe ne sert pas à établir de nouvelle théorie, mais à confirmer de nombreuses autres observations.

7.3.1 Profil de pression en fonction de l'injection

Les profils de pression en milieu infini montrent la même allure et dynamique en fonction de l'injection, il suffit donc de présenter ici les résultats du milieu fini, en mentionnant qu'ils sont similaires au milieu infini. La Figure 74 montre le coefficient de pression à l'extrados et l'intrados pour une injection de 0 et 137 l/min.

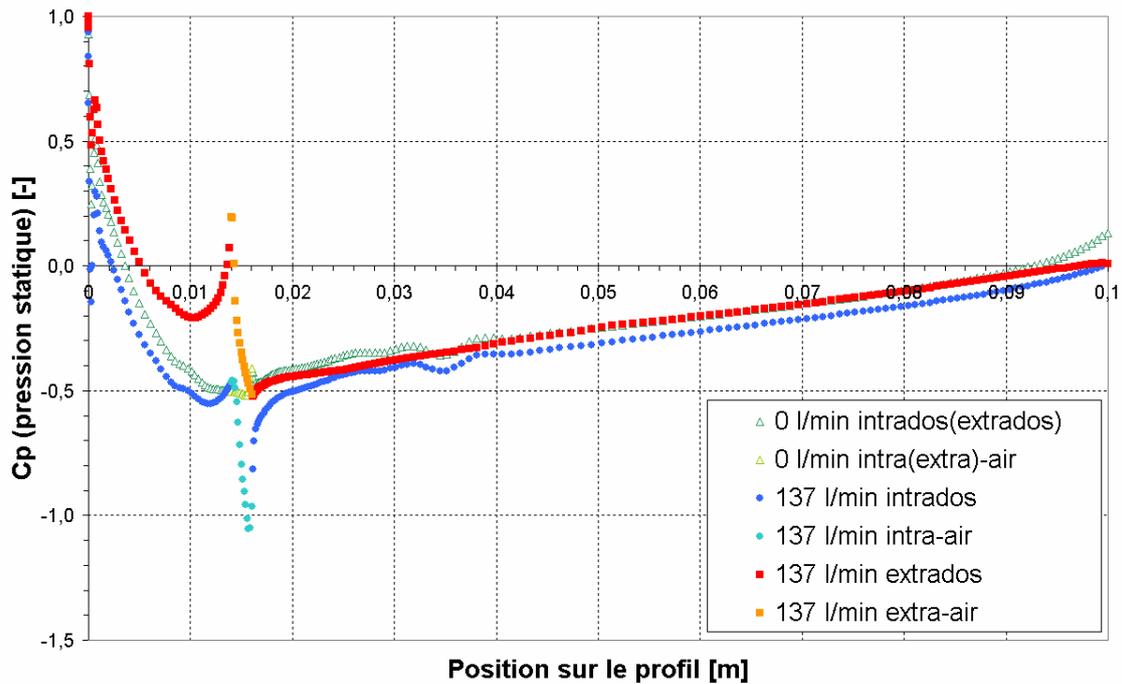


Figure 74: Coefficient de pression sur le profil en milieu fini, injection d'air de 0 et 137 l/min

La courbe verte (triangles verts vides) représente le coefficient de pression sans injection d'air. Il y a symétrie entre intrados et extrados. La courbe rouge représente C_p sur l'extrados (côté de l'injection) avec injection extrados, tandis que la courbe bleue C_p sur l'intrados avec injection extrados. La portion orange (respectivement bleue clair) est la section d'injection extrados (respectivement intrados). Une perturbation de l'écoulement est générée à l'intrados alors qu'on n'y réalise pas d'injection. Ceci est dû au fait que Fluent associe la condition de glissement à la ligne d'injection. On met en évidence certains résultats remarquables :

- 1) Il existe une surpression marquée avant l'injection : ceci confirme la Figure 20 p.24
- 2) Le minimum de pression de l'extrados se trouve juste après l'injection : ceci confirme la Figure 15 p.22 ainsi que la discussion de la section 4.1.2 p.34.
- 3) Le profil de pression intrados, avec injection, est similaire à translation près au profil sans injection. Cette constatation est encore plus évidente sur la Figure 75. Ceci justifie l'idée que l'injection extrados translate globalement la pression dans le fluide, donc qu'une étude des débits serait intéressante pour dégager les effets dus à Bernoulli. Cette étude a été réalisée dans la section 3.2.1 p.24.
- 4) La pression dans la poche au niveau du profil n'est pas constante mais linéaire

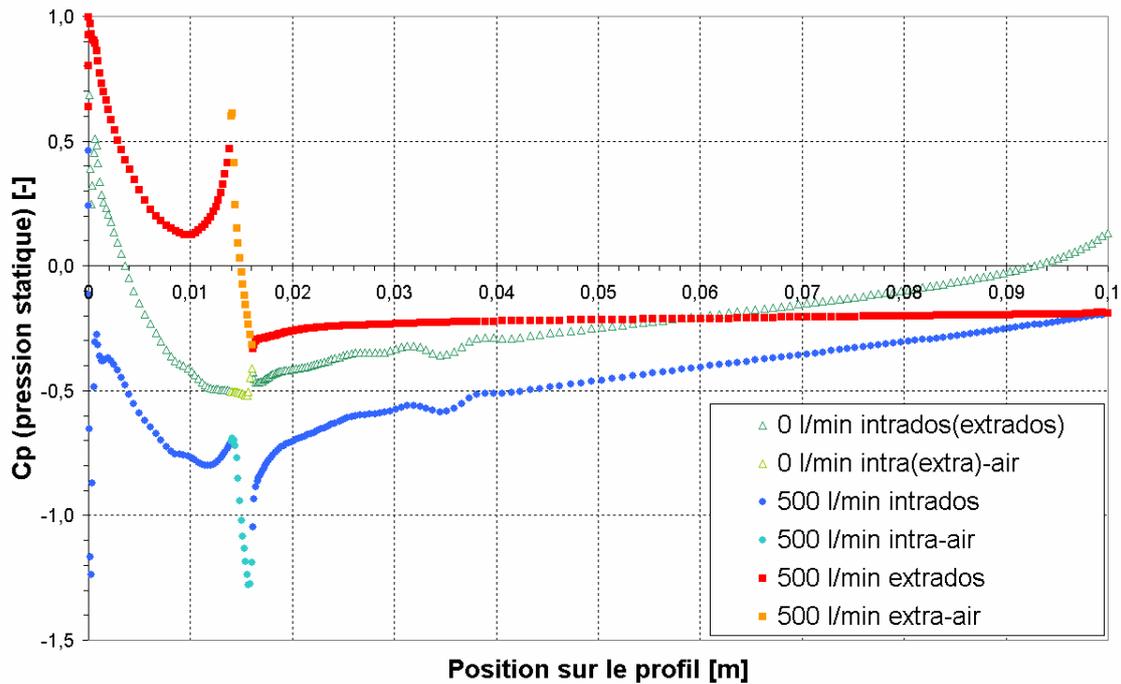


Figure 75: Coefficient de pression sur le profil en milieu fini, injection d'air de 0 et 500 l/min

Les constatations de la figure précédente restent valables, en étant encore plus marquées. La seule différence est la pression dans la poche, qui de linéaire est passée à constante. De plus, nous voyons que le minimum de pression avant l'injection est sensiblement supérieur à celui correspondant à l'injection de 137 l/min. Il s'agit d'une nouvelle confirmation de la théorie développée dans la section 4.1.4 p.35 à propos de la translation du point d'arrêt.

7.3.2 Comparaison entre milieu fini et infini

On compare les profils de C_p du milieu fini et infini pour une même valeur d'injection. La Figure 76 montre la comparaison pour 137 l/min.

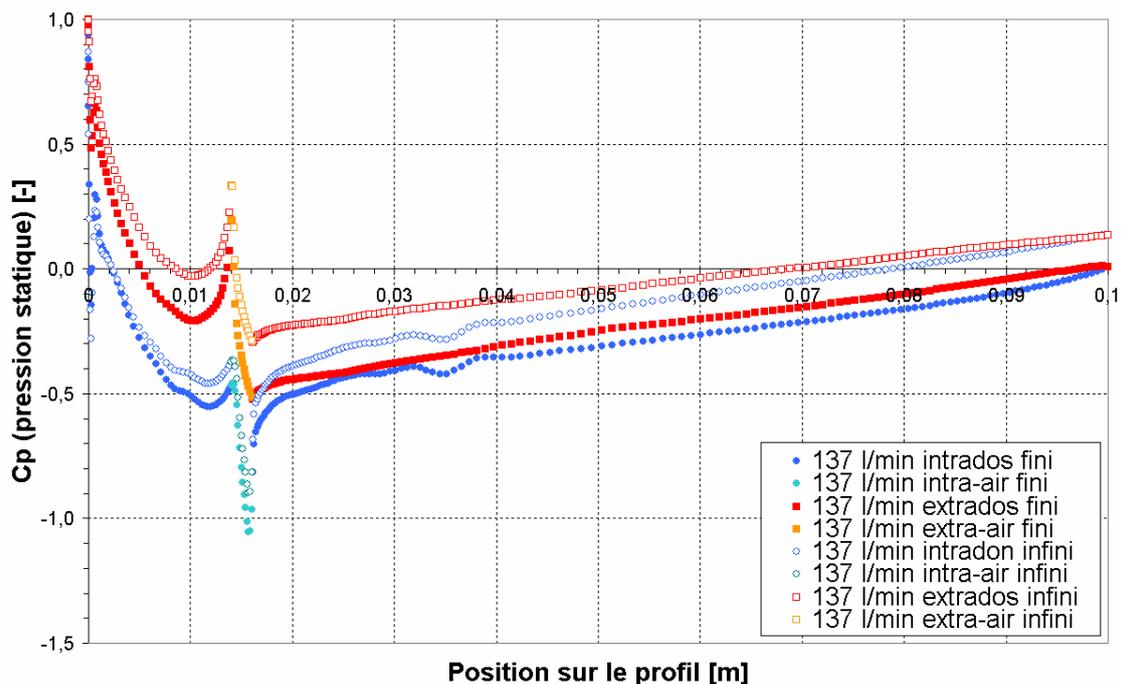


Figure 76: Comparaison du coefficient de pression sur le profil en milieu fini et infini – 137 l/min

Les symboles remplis (respectivement vides) correspondent au milieu fini (respectivement infini). La couleur rouge (respectivement bleue) représente l'extrados (respectivement l'intrados). En plus des remarques de la section précédente (section 7.3.1) qui restent valables, on constate que les profils ont la même allure dans les deux milieux (translation qui est différente selon que l'on considère l'extrados ou l'intrados). Cette constatation justifie à nouveau l'idée d'utiliser les débits et l'équation de Bernoulli pour étudier la portance.

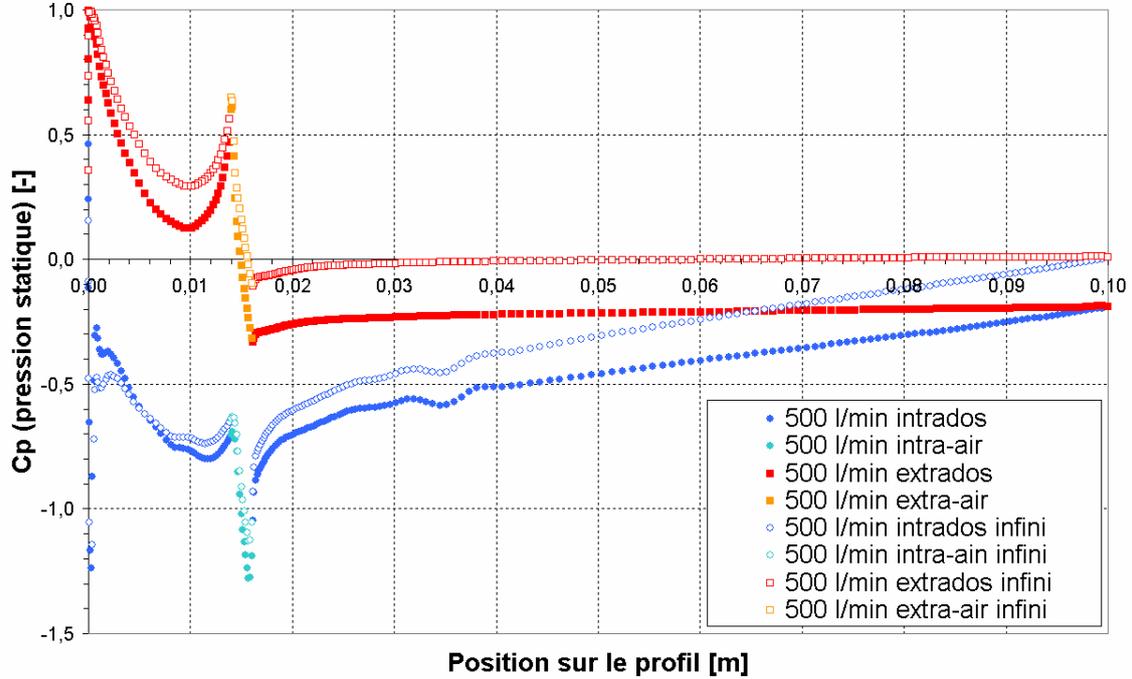


Figure 77: Comparaison du coefficient de pression sur le profil en milieu fini et infini – 500 l/min

La Figure 77 accentue les tendances visibles dans la Figure 76, à la différence que la pression dans la poche est à nouveau constante au lieu de linéaire.

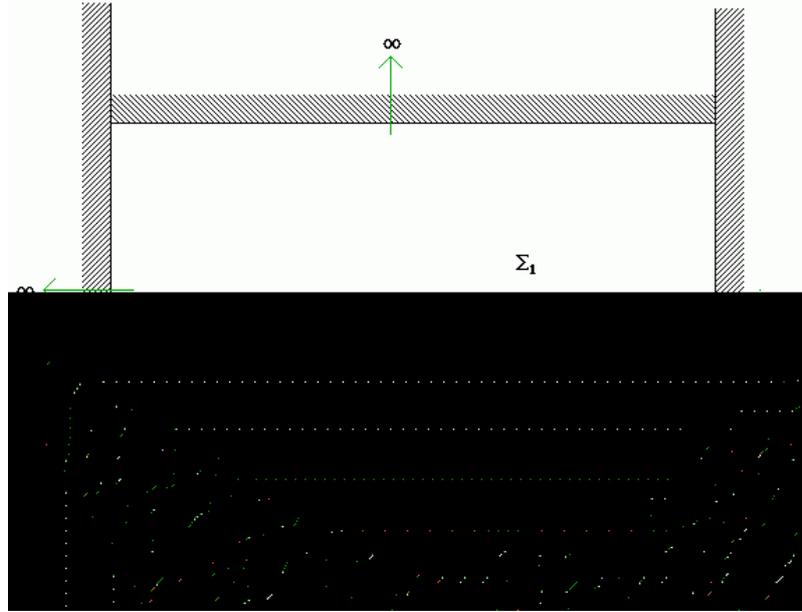
7.4 Démonstration de la forme circulaire de l'air sous l'influence d'une pression à symétrie polaire

On propose une explication théorique de la forme ondulée de la poche d'air sur le profil, pour valider le résultat numérique. Admettons dans un premier temps que les contours de pression de la Figure 28 p.29 soient corrects, et calculons la forme de la goutte d'eau à l'aide de la thermodynamique. La deuxième partie du 2^{ème} principe de la thermodynamique stipule que (cf. réf. 6.3.5) \forall système isolé Σ^{49} , \exists une fonction d'état scalaire, extensive, appelée entropie S t.q. l'entropie du système Σ tend dans le futur lointain vers un maximum local fini compatible avec les contraintes de Σ :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) = \max_{\rho \in \varepsilon_{\Sigma}; \rho \text{ compatible}} S(\rho) \quad (7.1)$$

Définissons l'état satisfaisant (7.1) par $\bar{\rho} \in \varepsilon_{\Sigma}$. Nous devons donc chercher $\bar{\rho}$. Pour cela, caractérisons notre système isolé Σ . Soit Σ_1 la phase liquide, Σ_2 la phase gazeuse, Σ_3 l'interface entre les deux phases, alors $\Sigma = \Sigma_1 \cup \Sigma_2 \cup \Sigma_3$ (cf. Figure 78).

⁴⁹ Soit Λ l'algèbre des observables, $\phi_t(x_0)$ le flot de l'évolution, soit x_1, \dots, x_n les variables caractérisant l'état du système, soit ε l'espace des états d'un système, $\rho \in \varepsilon$, soit l'observable $A \in \Lambda$ t.q. $A(t) = A(\phi_t(x_0)) = a(x_1(t), \dots, x_n(t))$, alors \exists une fonction d'état $\phi_A^{\text{int}}(\rho)$ appelée production interne de la grandeur A et une fonction d'état $\phi_A^{\text{ext}}(\rho)$ appelée production externe de la grandeur A t.q. $\frac{da}{dt} = \phi_A^{\text{int}}(x_1(t), \dots, x_n(t)) + \phi_A^{\text{ext}}(x_1(t), \dots, x_n(t))$. Formellement, un système est dit isolé si $\forall A \in \Lambda, \phi_A^{\text{ext}} \equiv 0$, i.e. la production externe de la grandeur A est identiquement nulle.


 Figure 78: Définition du système Σ

Nous savons que le maximum de l'entropie S à énergie fixée $E = \bar{E}$ est équivalent avec le minimum de l'énergie E à entropie fixée $S = \bar{S}$ ⁵⁰. De plus, en définissant l'énergie libre F par la transformée de Legendre⁵¹ par rapport à l'entropie de l'énergie, on obtient aussi que le minimum de l'énergie à entropie fixée $S = \bar{S}$ est équivalent au minimum de l'énergie libre F à température fixée $T = \bar{T}$. Nous choisissons les variables température T (grandeur conjuguée), volume V , masse m , alors :

$$F(T, V, m) = E + \frac{\partial E}{\partial S} \cdot S = E - T \cdot S \quad (7.2)$$

Soit μ le potentiel chimique, alors la différentielle de (7.2) pour la phase $i = 1, \dots, 3$ donne :

$$dF_i = -S_i dT_i - p_i dV_i + \mu_i dm_i \quad (7.3)$$

Nous faisons les hypothèses d'équilibre chimique, i.e. $\mu_i = \mu \forall i=1, \dots, 3$, de température constante $T_i = \text{cte} \forall i=1, \dots, 3 \Rightarrow dT_i = 0 \forall i=1, \dots, 3$. De plus, la variation de volume du système Σ_1 est opposée à celle du système Σ_2 , donc $dV_1 = -dV_2 = -dV$. Le système total étant isolé, donc aussi fermé, on obtient que $\sum_{i=1}^3 dm_i = 0$. L'énergie libre satisfaisant les conditions d'homogénéité de degré 1 (extensivité), les hypothèses ci-dessus et l'équation (7.3) sommée sur l'indice i donne :

$$dF = (p_1 - p_2) \cdot dV - p_3 \cdot dV_3 \quad (7.4)$$

Soit γ la tension superficielle, A la longueur⁵² de l'interface de Σ_2 , alors nous supposons que l'expression du travail de surface W_s est de la forme :

⁵⁰ Nous employons ici quelques résultats formalisés de thermodynamique. Pour leur démonstration rigoureuse, on renvoie à la référence [6.3.5].

⁵¹ Soit $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_N) \in \mathbb{R}^N$, $f: \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$, $f \in C^2(\mathbb{R}^N)$, soit $(D^2 f)(\mathbf{x}) = \left\{ \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \right\}_{i,j=1}^N$ la matrice hessienne de f , soit $(D^2 f)(\mathbf{x})$ définie

positive, soit $y_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}(\mathbf{x})$, $i=\{1, \dots, N\}$, alors par le théorème des fonctions implicites $\exists \phi_i: \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$, $i=\{1, \dots, N\}$ t.q. $x_i = \phi_i(\mathbf{y})$, alors

on définit la transformée de Legendre f^* de f par rapport aux variables $\{x_i\}_{i=1}^N$ par $f^*(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^N y_i \phi_i(\mathbf{y}) - f(\phi(\mathbf{y}))$.

⁵² Notre problème étant bidimensionnel, nous devons réduire les dimensions des variables habituellement utilisées d'une unité. Ainsi, au lieu d'une surface nous parlons de longueur.

$$W_s = -p_3 \cdot dV_3 = \gamma dA \quad (7.5)$$

Notons $p_1 = p_{\text{vapeur}}$, $p_2 = p_{\text{liquide}}$. En observant les contours de pression de la Figure 28 p.29, nous pouvons trouver un modèle pour la pression de vapeur. Posons l'origine au centre de la goutte d'air, soit r le rayon depuis l'origine, alors à la vue des contours de pression nous émettons l'hypothèse d'isotropie de la pression $p = p(r)$. Nous voyons que pour r très petit $r \approx 0$, la pression ne varie que faiblement. Lorsque r augmente, nous passons par des courbes de niveau très resserrées, qui s'élargissent ensuite sensiblement. Soit $\overline{p_{\text{vapeur}}}$ la pression en $r = 0$, $\overline{p_{\text{liquide}}}$ la pression pour $r \rightarrow \infty$, alors nous posons un modèle de la forme :

$$p_{\text{vapeur}}(r) = (\overline{p_{\text{vapeur}}} - \overline{p_{\text{liquide}}}) \cdot g(r) + \overline{p_{\text{liquide}}} \quad (7.6)$$

avec $g(r)$ une fonction telle que $g(r=0) = 1$, $g(r \rightarrow \infty) = 0$, et qui admet une variation de courbure pour r proche de zéro, tenant ainsi compte des courbes de niveau plus resserrées. Cherchons une fonction de la forme $g(r) = h(\lambda \cdot r) / (\lambda \cdot r)$, $\lambda \in \mathbb{R}^+ \setminus \{\infty\}$ un paramètre d'interpolation ayant les dimensions de l'inverse d'une longueur, t.q. $h(r \rightarrow 0) = O(r)$, $h(r \rightarrow \infty) \leq C \in \mathbb{R} \setminus \{\infty\}$, par exemple $h(r) = \tanh(r)$ qui satisfait à tous les points discutés précédemment, alors les équations (7.4) à (7.6) impliquent que :

$$dF = (\overline{p_{\text{vapeur}}} - \overline{p_{\text{liquide}}}) \cdot \frac{\tanh(\lambda \cdot r)}{\lambda \cdot r} \cdot dV + \gamma \cdot dA \quad (7.7)$$

Avec $dV = d(\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot r^2) = \pi \cdot r \cdot dr$, $dA = d(\pi \cdot r) = \pi \cdot dr$, la condition d'extremum étant satisfaite pour $dF = 0$, on obtient :

$$r = \frac{1}{\lambda} \cdot \operatorname{atanh} \left(\frac{\lambda \cdot \gamma}{\overline{p_{\text{liquide}}} - \overline{p_{\text{vapeur}}}} \right), \quad \lambda \cdot \gamma < (\overline{p_{\text{liquide}}} - \overline{p_{\text{vapeur}}}) \quad (7.8)$$

Ainsi sous la condition $\lambda \cdot \gamma < (\overline{p_{\text{liquide}}} - \overline{p_{\text{vapeur}}})$ il existe une unique solution⁵³, donc un rayon constant. Ainsi sous l'hypothèse d'isotropie de la pression, la forme de la gouttelette d'air induite par les contours de pression de l'image de droite de la Figure 28 p.29 est circulaire, ce qui est en première approximation le même résultat avec le calcul numérique de l'image de gauche de la Figure 28. Le modèle développé ci-dessus (obtenu en acceptant les contours de pression fournis par le logiciel) est suffisant pour expliquer la présence de ces poches d'air ondulées, lesquelles sont la cause des lâchés. La question qui se pose à présent est la validité des contours de pression. Soit $\overline{e_x}$ le vecteur unitaire tangent à la surface du profil, $\overline{e_y}$ le vecteur unitaire normal à la surface. Supposons que la pression p soit invariante par translation sur le profil, i.e. $p = p(y)$. Admettons une légère perturbation de pression $\Delta p(x)$, alors $p = p(y) + \Delta p(x)$. Nous pouvons alors trouver localement un voisinage U dans lequel le modèle de la pression isotrope $p = p(r)$ s'applique en première approximation. Ainsi par la thermodynamique, nous avons vu que l'état d'équilibre de l'air sous l'influence de cette perturbation dans le voisinage U est de forme circulaire. Par ce raisonnement, nous avons montré que l'existence d'une légère perturbation de pression fonction de la direction tangente au profil engendre la formation d'une poche d'air ondulée, laquelle est la cause, à faible débit, de lâchés de faible densité.

⁵³ Une analyse des ordres de grandeurs nous permet de répondre si cette condition est facilement satisfaite. La tension superficielle de l'eau est de l'ordre de 0.07 [J/m²], le paramètre d'interpolation λ de l'ordre de 0.001 [m⁻¹] à cause de la rapide décroissance de pression (cf. Figure 28 p.29, fort aggrandissement du profil), nous obtenons ainsi que $\lambda \cdot \gamma \approx 0.0001$ [Pa]. La Figure 28 montre que la différence de pression $\overline{p_{\text{liquide}}} - \overline{p_{\text{vapeur}}}$ est probablement encore supérieure à la limite inférieure de 200'000 [Pa]. Nous obtenons

donc que $(\overline{p_{\text{liquide}}} - \overline{p_{\text{vapeur}}}) \approx 2 \cdot 10^9 \cdot \lambda \cdot \gamma$, et donc la condition de l'équation (5.9) semble être physiquement toujours satisfaite. Si néanmoins ce n'était pas le cas, nous pouvons changer de modèle pour la pression en prenant une gaussienne $g(r) = \exp(-(\lambda \cdot r)^2)$, obtenant ainsi une équation implicite définissant le rayon d'équilibre:

$$r = \frac{1}{\lambda} \cdot \ln \left(\frac{\overline{p_{\text{liquide}}} - \overline{p_{\text{vapeur}}}}{2 \cdot \gamma} \cdot r \right)$$

l'existence d'une solution il faut imposer des conditions sur $\lambda, \gamma, \overline{p_{\text{vapeur}}} - \overline{p_{\text{liquide}}}$, mais qui sont cette fois différentes de celles de l'équation (7.8), i.e. il faut que $(\overline{p_{\text{liquide}}} - \overline{p_{\text{vapeur}}}) \gg 2 \cdot \gamma$, et que λ soit "suffisamment grand".

7.5 Erreurs de troncature et double précision

La Figure 79 montre la forte chute des résidus normés lors du passage de la simple à la double précision.

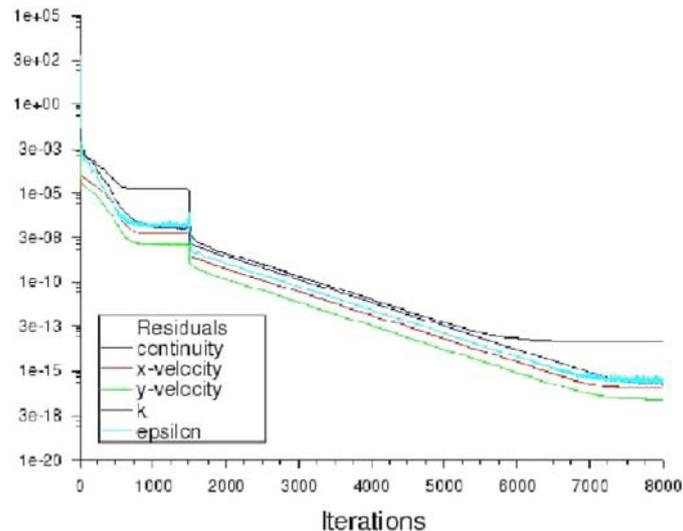


Figure 79: 0 l/min, milieu fini, stationnaire, résidus normés et passage de simple à double précision

Soit I_i le nombre d'itération effectuées. On observe que les erreurs de troncature sont significatives en simple précision pour $I_i < 1500$ ⁵⁴. Prenons par exemple la continuité qui est stabilisée à une erreur relative de environ $1 \cdot 10^{-5}$. Le passage à la double précision en $I_i = 1500$ provoque une brusque chute de l'erreur de troncature globale. La continuité passe ainsi à environ $1 \cdot 10^{-13}$, soit un gain de 8 ordres de grandeur, ce qui correspond bien aux 8 décimales supplémentaires de la double précision. Nous pouvons donc, dans cette configuration de simulation, estimer l'erreur totale due aux résidus à 4 ordres de grandeur. C'est à dire si on dispose d'une précision simple, i.e. 8 décimales, la précision totale du calcul sera de $10^{8-4}=10^4$. Etant donné que le calcul a partir duquel on obtient la Figure 79 est le plus simple (pas d'injection : monophasique), nous pouvons donc estimer que l'erreur de troncature totale ne sera jamais inférieure à 4 ordres de grandeur.

7.6 Mémento des commandes UNIX

On propose un bref résumé des commandes UNIX les plus couramment utilisées. Le but est de fournir les commandes nécessaires et suffisantes pour permettre à quiconque qui n'a pas l'habitude du système UNIX d'accomplir les tâches indispensables à l'accomplissement de son travail.

Gestion des fichiers

ls	liste des fichiers dans le répertoire courant
ls ..	liste des fichiers dans le répertoire supérieur
ls -a	liste des fichiers avec les fichiers de configuration commençant par « . »
ls f*.*	liste de tous les fichiers commençant par « f »
rm f2 f3 f4 f5	efface les fichiers f2 f3 f4
rm f*.txt	efface tous les fichiers commençant par « f » avec l'extension « .txt »
rm f[234].txt	efface les fichiers f2.txt, f3.txt, f4.txt
rm f[2-7].txt	efface les fichiers f2.txt, f3.txt, ..., f7.txt
cp f1 f2	copie le fichier f1 sous le nom f2
mkdir repertoire	créé un répertoire nommé « repertoire »
cd repertoire	change de répertoire pour celui se nommant « repertoire »
cd	va dans le répertoire racine de l'utilisateur
rm -r repertoire	efface le répertoire nommé « repertoire »

⁵⁴ La configuration simulée est un milieu fini sans injection d'air.

mv f1 f2	renomme le fichier f1 vers le fichier f2
ulimit -a	affiche certaines limitations (mémoire vive et disque) associées à l'utilisateur
df	affiche l'espace disque total et libre des disques durs sur le réseau
du -s -k	affiche la taille totale des fichiers dans le répertoire courant en kilobits
head fichier	Affiche les dix premières lignes de « fichier »
tail fichier	Affiche les dix dernières lignes de « fichier »
dtpad	Editeur de texte
chmod u+x texte	Donne les droits d'exécution au fichier texte : utile pour automatiser des commandes. Par exemple pour convertir des images .ps en .jpg, le fichier « texte » contient (utilise la commande « convert » du groupe de programmes ImageMagick) :

```
#!/usr/bin/csh
foreach toto (*.ps)
  convert $toto {$toto}.jpg
end
```

Gestion de l'imprimante

lp -dnom fichier	imprime le fichier « fichier » avec l'imprimante « nom »
lpstat -dnom	affiche l'état de l'imprimante « nom »
lpstat	affiche l'état de toutes les imprimantes connectées à la station

Gestion des processus en cours

ps -unom	liste des processus en cours avec leurs numéros d'identification PID
kill -9 PID	force l'arrêt du processus en cours de numéro d'identification PID
bg	permet à une application de fonctionner en fond de tâche
CTRL-z	en appuyant simultanément sur ces deux touches, on stoppe l'application en cours, et revient à la ligne de commande du terminal depuis lequel on a lancé l'application

Connexion à d'autres stations sur réseau

rlogin station	se connecte sur une station à partir d'une autre station (plus « fort » que la commande « telnet »)
telnet	Ouverture d'une session de connexion à un autre ordinateur
open station	se connecte sur « station » à partir d'une autre station
setenv DISPLAY station :0.0	pour que la fenêtre graphique d'un programme lancé apparaisse à l'écran de la station de nom « station »
exit	quitte la session ouverte par telnet
ftp	Ouverture d'une session de transfert de fichiers avec un autre ordinateur
open station	se connecte sur « station » à partir d'une autre station
get f1	Copie le fichier f1 de « station » dans le répertoire où on a invoqué ftp
mget f1 f2 f3	Copie les fichiers f1, f2 et f3 de « station » dans le répertoire où on a invoqué ftp
quit	Quitte la session ouverte par ftp

7.7 Contenu du cédérom

Un cédérom contenant l'ensemble des données Fluent et images « postscript » est joint au rapport, permettant ainsi à quiconque de reprendre une expérience numérique là où elle a été laissée. On décrit ici la structure de classement des fichiers, la signification des fichiers et répertoires.

Abréviation	Signification
En général	
inj	Injection d'air (on peut imaginer, comme extension, que « cav » signifie cavitation)
137	137 l/min comme débit d'injection
inf	Conditions aux bords simulant le milieu infini. Si « inf » est absent, cela implique automatiquement qu'il s'agit d'une simulation en milieu fini (on peut imaginer, comme extension, que « sl » signifie surface libre, etc.)
ns	Calcul non stationnaire
GR	Non stationnaire, traitement multiphasique « Geo-Reconstruct » (par défaut, le traitement non stationnaire biphasique est réalisé selon le schéma « Euler Explicit »)
-0004	En dernière position : un nombre x signifie le pas de temps x d'une simulation non stationnaire
-poche	En dernière position : un nom signifie le contexte (but) dans lequel ce fichier a été réalisé
Particulier aux images	
c	Image couleur
g	Image en dégradé de gris (utile pour l'impression sur une imprimante non couleur)
cp	Isosurfaces remplies, en couleur
cv	Isosurfaces vides, en couleur

gp	Isosurfaces remplies, en dégradé de gris
gv	Isosurfaces vides, en dégradé de gris
px	Isosurfaces de pression numéro x
phx	Isosurfaces de phase numéro x
vx	Isosurfaces de norme de vitesse relative numéro x
vvx	Vecteurs vitesse colorés en fonction de l'angle absolu numéro x
vax	Isosurfaces d'angle absolu des vecteurs vitesse numéro x
lcx	Lignes de courant numéro x
pp	Pression sur la surface du profil
cl	Historique du coefficient de portance en fonction du nombre d'itérations ou du temps
cd	Historique du coefficient de traînée en fonction du nombre d'itérations ou du temps
m	Historique du moment en fonction du nombre d'itérations ou du temps
Divers	
es6	Fichier Enight6 créé à partir de Fluent 5 (Postprocessing)

Les fichiers Fluent (*.cas, *.dat) commencent tous par l'extension « inj- », tandis que les images associées commencent directement par la mention du débit d'injection (permet de distinguer plus rapidement les fichiers images). Prenons quelques exemples :

Fichier	Conditions simulées
inj-500-inf-ns-GR-b0001.*	Injection de 500 l/min en milieu infini, simulation non stationnaire avec traitement biphasique de type « Geo-Reconstruct », premier pas de temps de la deuxième simulation dans les mêmes conditions (lettre b devant le chiffre)
inj-500-ns-0720.*	Injection de 500 l/min en milieu fini, simulation non stationnaire avec traitement biphasique de type « Euler Explicit », pas de temps numéro 720
30-gp-ph3.*	Injection 30 l/min, milieu fini, contours de phase gris pleins numéro 3
30-cv-ph-poche1	Injection 30 l/min, milieu fini, contours de phase vides en couleur, première image sur l'étude de la poche d'air

La Figure 80 présente un aperçu du contenu du cédérom joint :

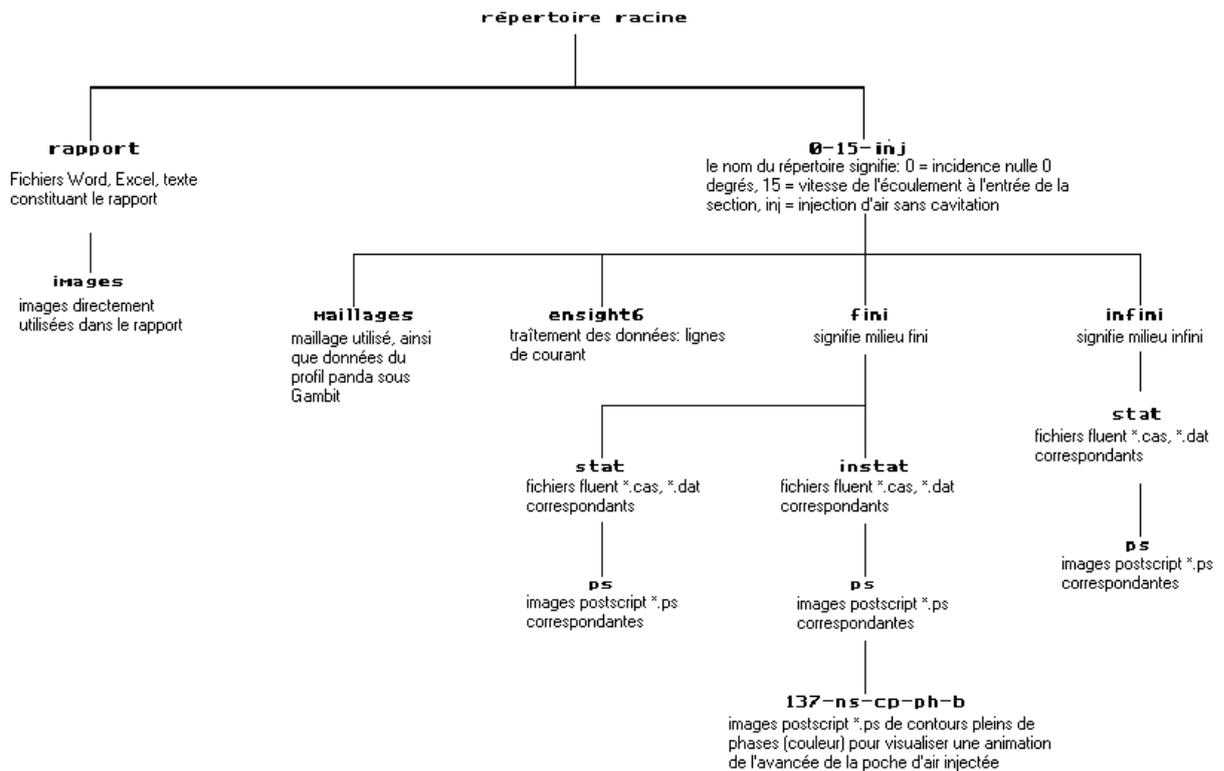


Figure 80: arborescence, signification et contenu des répertoires du cédérom

7.8 Index des figures

Figure 1: Profil dans le tunnel d'essai: définitions	3
Figure 2: Effet de l'injection d'air sur la portance - $\sigma = 1.8$, $V = 15$ m/s, $\alpha = 2^\circ$	4
Figure 3: Effet de la cavitation sur la portance - $V = 15$ m/s, $\alpha = 2^\circ$	5
Figure 4: Effet de l'injection d'air sur la portance - $\sigma = 3.5$, $V = 15$ m/s, $\alpha = 0^\circ$	6
Figure 5: Effet de l'injection d'air sur la traînée - $\sigma = 3.5$, $V = 15$ m/s, $\alpha = 0^\circ$	6
Figure 6: Poche d'injection vue de dessus pour 90 l/min, $\sigma = 3.5$, $V = 15$ m/s, $\alpha = 0^\circ$	7
Figure 7: Poche d'injection vue de dessus pour 137 l/min, $\sigma = 3.5$, $V = 15$ m/s, $\alpha = 0^\circ$	7
Figure 8: Zones de vitesse d'une couche limite turbulente sur une plaque plane	10
Figure 9: La fonction $u^+(y^+)$ dans la couche limite	11
Figure 10: Maillage du profil Panda	13
Figure 11: agrandissement du bord d'attaque	13
Figure 12: Angle de contact	15
Figure 13: 90, 137, 500 l/min, milieu fini, stationnaire, forme de la poche d'air	21
Figure 14: 0 l/min, milieu fini, stationnaire, contours de pression statique sans injection	21
Figure 15: 30 l/min, milieu fini, stationnaire, contours de pression statique: dépression après injection	22
Figure 16: 700 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, lignes de courant et profil	22
Figure 17: Epaisseur maximale de la poche en milieu fini et infini en fonction du débit	23
Figure 18: Interpolation des différences d'épaisseur de la poche entre milieu fini et infini	23
Figure 19: 500 l/min, milieux fini et infini, stationnaire, vecteurs vitesse et point d'arrêt	24
Figure 20: 500 l/min, milieu fini et infini, stationnaire, pression à l'injection	24
Figure 21: Comparaison de la portance et traînée en milieu fini et infini	25
Figure 22: Interpolation des différences de portance	26
Figure 23: Choix des lignes pour le calcul des débits intrados et extrados	26
Figure 24: Fraction des effets dus au débit (Bernoulli) dans la différence de portance fini-infini	27
Figure 25: 500 l/min, milieu fini, (non) stationnaire, "Geo-Reconstruct", phases au bord de fuite	28
Figure 26: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, "Geo-Reconstruct", phases bord de fuite	28
Figure 27: 30 l/min, milieu fini, non stationnaire, "Geo-Reconstruct", phases bord de fuite	29
Figure 28: 30 l/min, milieu fini, non stationnaire, "Geo-Reconstruct", phases et pression sur goutte d'air	29
Figure 29: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, chute de portance lorsque la poche dépasse la corde	30
Figure 30: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, allure de la poche pour différents pas de temps	30
Figure 31: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, C_p pour $t_1=0.0165$ [s] et $t_3=0.021$ [s]	31
Figure 32: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, C_p pour $t_3=0.021$ [s] et $t_6=0.078$ [s]	31
Figure 33: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, comportement de la portance avec Bernoulli	32
Figure 34: définition du repère cartésien et sens du moment	32
Figure 35: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, moments centrés au milieu du profil	33
Figure 36: 137 et 500 l/min, milieu fini, non stationnaire, contours de phases finaux	33
Figure 37: Schéma de la dépression après l'injection	35
Figure 38: Modification de pression et courbure des lignes de courant	36
Figure 39: Profil Panda sans fente d'injection	45
Figure 40: Profil Panda à l'échelle avec fentes d'injection	45
Figure 41: Agrandissement du bord d'attaque et variation de courbure	46
Figure 42: Cotations de la fente d'injection	46
Figure 43: 0 l/min, milieu fini, stationnaire, contours de norme de vitesse	47
Figure 44: 30 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, phases sur le profil	48
Figure 45: 60 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, phases sur le profil	48
Figure 46: 90 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, phases sur le profil	49
Figure 47: 137 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, phases sur le profil	49
Figure 48: 200 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, phases sur le profil	50
Figure 49: 300 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, phases sur le profil	50
Figure 50: 400 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, phases sur le profil	51
Figure 51: 500 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, phases sur le profil	51
Figure 52: 700 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, phases sur le profil	52
Figure 53: 500 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, phases	52

Figure 54: 700 l/min, milieux fini (gauche) et infini (droite), stationnaire, lignes de courant et pertes	53
Figure 55: 30 l/min, milieux fini et infini, stationnaire, vecteurs vitesse au bord d'attaque	53
Figure 56: Interpolation des différences de traînée	54
Figure 57: Portance en milieu infini obtenue par l'interpolation basée sur le milieu fini	54
Figure 58: Comparaison des différences de débits $Q_{intrados}-Q_{extrados}$ entre milieu fini et infini	55
Figure 59: 500 l/min, milieu fini, non stationnaire, "Geo-Reconstruct", phases au bord de fuite	55
Figure 60: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, "Geo-Reconstruct", phases	56
Figure 61: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, "Geo-Reconstruct", phases à l'injection	56
Figure 62: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, "Geo-Reconstruct", phases sur le contour	57
Figure 63: 30 l/min, milieu fini, non stationnaire, "Geo-Reconstruct", phases à l'injection	57
Figure 64: 30 l/min, milieu fini, non stationnaire, "Geo-Reconstruct", phases	58
Figure 65: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, C_p pour $t_3=0.021$ [s] et $t_5=0.0235$ [s]	58
Figure 66: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, C_p pour $t_5=0.0235$ [s] et $t_6=0.078$ [s]	59
Figure 67: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, différence de débit intrados et extrados	59
Figure 68: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, contours de pression aux pas de temps t_1, t_3	60
Figure 69: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, contours de pression aux pas de temps t_5, t_6	60
Figure 70: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, contours de vitesse aux pas de temps t_1, t_3	60
Figure 71: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, contours de vitesse aux pas de temps t_5, t_6	61
Figure 72: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, contours d'angle aux pas de temps t_1, t_3	61
Figure 73: 137 l/min, milieu fini, non stationnaire, contours d'angle aux pas de temps t_5, t_6	62
Figure 74: Coefficient de pression sur le profil en milieu fini, injection d'air de 0 et 137 l/min	63
Figure 75: Coefficient de pression sur le profil en milieu fini, injection d'air de 0 et 500 l/min	64
Figure 76: Comparaison du coefficient de pression sur le profil en milieu fini et infini – 137 l/min	64
Figure 77: Comparaison du coefficient de pression sur le profil en milieu fini et infini – 500 l/min	65
Figure 78: Définition du système Σ	66
Figure 79: 0 l/min, milieu fini, stationnaire, résidus normés et passage de simple à double précision	68
Figure 80: arborescence, signification et contenu des répertoires du cédérom	70